

Programação Não Linear

Ano Lectivo 2000/01

Trabalho 5: Teoria da optimização não linear com restrições

Data de recepção: **24/05/2001**; Data de entrega: **31/05/2001**

1. Considere o problema de região de confiança:

$$\min_{p \in \mathbb{R}^n} m(p) \stackrel{\text{def}}{=} f + g^\top p + \frac{1}{2} p^\top B p \quad \text{s.a.} \quad \|p\| \leq \Delta,$$

em que Δ é um real positivo, f é um real, g é um vector em \mathbb{R}^n e B é uma matriz $n \times n$ real e simétrica.

Mostre que se p^* for minimizante local do problema de região de confiança então existe um parâmetro $\lambda^* \geq 0$ tal que

$$(B + \lambda^* I)p^* = -g,$$

$$\lambda^*(\Delta - \|p^*\|) = 0 \quad \text{e}$$

$$B + \lambda^* I \quad \text{é semi-definida positiva.}$$

2. Considere o seguinte problema

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \quad \text{s.a.} \quad Ax = b,$$

com $b \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m < n$ e f uma função duas vezes continuamente diferenciável.

- Escreva as condições necessárias de primeira e de segunda ordem deste problema. (Diga se é necessário ou não impôr uma qualificação de restrições.)
- Escreva as condições suficientes de segunda ordem deste problema.
- Seja Z uma matriz cujas colunas geram o espaço nulo de A . Seja $x \in \mathbb{R}^n$ tal que $Ax = b$. Mostre que as condições necessárias de primeira ordem se resumem a $Z^T \nabla f(x) = 0$.
- Reescreva as condições de segunda ordem recorrendo à matriz Hessiana projectada.

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.