Programação Não Linear

Ano Lectivo 2003/04

Trabalho 5: Teoria da optimização não linear com restrições

Data de recepção: **20/04/2004**; Data de entrega: **04/05/2004**

---

1. Considere o seguinte problema de regiões de confiança:

$$\min \quad f + g^\top s + \frac{1}{2} s^\top B s \quad \text{s.a.} \quad \|s\|_2 \leq \Delta_1 \quad \text{e} \quad \|s - a\|_2 \leq \Delta_2 \,,$$

em que g e a são vectores de $\mathbb{R}^n$, B é uma matriz simétrica $n \times n$, f é um real e Δ_1 e Δ_2 são reais positivos ($n \in \mathbb{N}$). Assuma que $\|a\|_2 \leq \Delta_1$.
Mostre que um minimizante local s deste problema para o qual $\|s\|_2 < \Delta_1$ satisfaz

$$(B + \lambda_2 I)\, s \;=\; -g + \lambda_2 a$$

em que λ_2 é um real não negativo.

2. Considere um problema de programação não linear com $|\mathcal{I}|$ restrições de desigualdade

$$\min \ f(x) \quad \text{s.a} \quad c_i(x) \geq 0, \ i \in \mathcal{I} \,,$$

em que todas as funções envolvidas são continuamente diferenciáveis de $\mathbb{R}^n$ para $\mathbb{R}$.
Considere uma sucessão de pontos $\{x_k\}$ em $\mathbb{R}^n$, a convergir para um ponto admissível x^*, em que x_k satisfaz

$$\nabla f(x_k) - \sum_{i \in \mathcal{A}(x_k)} \lambda_i^k \nabla c_i(x_k) \;=\; 0, \qquad \lambda_i^k \geq 0, \ i \in \mathcal{A}(x_k), \quad \lambda_i^k = 0, \ i \notin \mathcal{A}(x_k) \,,$$

para um dado $\lambda^k \in \mathbb{R}^{|\mathcal{I}|}$.

   (a) Mostre que quando o conjunto $\{\nabla c_i(x^*), \ i \in \mathcal{A}(x^*)\}$ é linearmente independente, ou seja, que quando a qualificação de restrições LICQ é satisfeita, o ponto x^* satisfaz as condições necessárias de primeira ordem.

   (b) O que poderá dizer sobre x^* quando apenas se sabe ser verdadeira a qualificação de restrições de Mangasarian–Fromovitz (MFCQ)?

Em caso de omissão utilizam-se as convenções e notações do Livro J. Nocedal e S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Springer, 1999.