Programação Não Linear

Ano Lectivo 1999/00

Exercício incluído no quinto trabalho

Seja $x^* \in N$, em que $N \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto aberto, um ponto a satisfazer as condições suficientes de segunda ordem.

Seja $f : N \longrightarrow R$ uma função duas vezes continuamente diferenciável em N e tal que $\nabla^2 f$ é contínua à Lipschitz em N com constante $L > 0$.

Seja $\{x_k\}$ uma sucessão em $\mathbb{R}^n$ gerada por $x_{k+1} = x_k + p_k$ em que p_k satisfaz:

$$r_k = \nabla^2 f(x_k) p_k + \nabla f(x_k) \qquad \|r_k\| \leq \eta_k \|\nabla f(x_k)\|.$$

A sucessão forçante $\{\eta_k\}$ satisfaz $\eta_k \in [0, 1[$.

Prove o seguinte resultado:

Teorema 6.1

Nestas condições, se x_0 está suficientemente próximo de x^* e $\eta_k \leq \eta \in [0, 1[$ para todo o k, então $\{x_k\}$ converge para x^* q-linearmente.

Demonstre um (e um só) dos seguintes resultados:

Teorema 6.2

Nestas condições, se x_0 está suficientemente próximo de x^* e $\{\eta_k\}$ tende para zero, então $\{x_k\}$ converge para x^* q-superlinearmente.

Nestas condições, se x_0 está suficientemente próximo de x^* e $\eta_k = \mathcal{O}(\|\nabla f(x_k)\|)$, então $\{x_k\}$ converge para x^* q-quadraticamente.

ATENÇÃO: As demonstrações deverão seguir o esquema da demonstração do Teorema 3.7 feita na aula.