Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Análise Numérica I

Ano lectivo 1999/2000 Folha suplementar 1

—◇—

Série de Taylor

Determine os polinómios de Taylor da função definida por $f(x) = \sin x$ em torno do ponto $x_0 = 0$ com 1, 2, 3 e 9 termos e os respectivos erros.

Compare os gráficos dos polinómios obtidos com o da função.

Considere as funções definidas por

$$f_1(x) = e^x, \quad f_2(x) = \ln 2x \quad \text{e} \quad f_3(x) = 5x^3 - 4x - 1$$

em torno dos pontos 0 e 1. Repita os passos anteriores.

Sugestão de resolução:

1. Considerar a função definida por $f(x) = \sin x$.
```
f[x_]:=Sin[x]
```
2. Representar graficamente a função f no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
```
Plot[f[x], {x, -2Pi, 2Pi}]
```
3. Determinar os desenvolvimentos em série de Taylor da função f, em torno do ponto $x_0 = 0$ (ou seja, as séries de Mac-Laurin), com 1, 2, 3 e 9 termos.
```
sTaylor1:=Series[f[x], {x,0,1}]
sTaylor2:=Series[f[x], {x,0,2}]
sTaylor3:=Series[f[x], {x,0,3}]
sTaylor9:=Series[f[x], {x,0,9}]
```
4. Truncar as séries determinadas com 1, 3 e 9 termos, por forma a obter os respectivos polinómios de Taylor.
```
pTaylor1=Normal[sTaylor1]
pTaylor2=Normal[sTaylor2]
pTaylor3=Normal[sTaylor3]
pTaylor9=Normal[sTaylor9]
```
5. Representar graficamente os polinómios de Taylor obtidos no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
```
Plot[{f[x], pTaylor1}, {x, -2Pi, 2Pi}]
Plot[{f[x], pTaylor3}, {x, -2Pi, 2Pi}]
Plot[{f[x], pTaylor9}, {x, -2Pi, 2Pi}]
Plot[{f[x], pTaylor1, pTaylor3, pTaylor9}, {x, -2Pi, 2Pi}]
```
6. Calcular os erros cometidos, ou seja, $|f(x) - P_n(x)|$, com $n = 1, 3, 9$.
```
erro1=Abs[f[x]-pTaylor1]
erro3=Abs[f[x]-pTaylor3]
erro9=Abs[f[x]-pTaylor9]
```
7. Representar graficamente os erros cometidos no intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
```
Plot[{erro1, erro3, erro9}, {x, -2Pi, 2Pi}]
```