Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Análise Numérica I

Ano lectivo 1999/2000 Folha suplementar 4

—◇—

Equações não lineares

1. Utilize o método do ponto fixo com as funções iteradoras e aproximações iniciais seguintes,

   (a) $g_1(x) = -\ln x,\ x_0 = 0.98$; (b) $g_4(x) = 2 - x - \ln x,\ x_0 = 0.98$;
   (c) $g_3(x) = -x - \ln x,\ x_0 = 0.98$; (d) $g_4(x) = 2 - x - \ln x,\ x_0 = 0.98$.

2. Utilize o método de Newton para aproximar a raiz real da equação $f(x) = x^2e^{-x} - 0.6$ considerando a aproximação inicial $x_0 = 1.75$, e o método da bissecção considerando o intervalo inicial $[-1.75, 1.75]$.

   Compare os resultados obtidos com os dois métodos.

Sugestão de resolução:

1. Definir função para aplicar o método do ponto fixo $x_{n+1} = g(x_n)$, $n = 0, 1, \ldots$, partindo da aproximação inicial x_0 dada.

```
metodoDoPontoFixo[x0_]:=(
(* Inicializar variaveis *)
  tol1=10^-5; tol2=10^-5; itMax=50;
  k=0; x=x0; continua=True;
  listaDeErro1={}; listaDeErro2={}; listaDePontos={};
(* Aplicar o metodo *)
  While[continua,
    listaDePontos=Join[listaDePontos, {x}];
    antx=x; x=g[x];
    erro1=Abs[x-antx]; listaDeErro1=Join[listaDeErro1, {erro1}];
    erro2=Abs[f[x]]; listaDeErro2=Join[listaDeErro2, {erro2}];
    k=k+1;
(* Escrever aproximacao de ordem k *)
    Print["x",k,"= ",x];
(* Condicao de paragem *)
    continua=(k<=itMax && erro1>tol1 && erro2>tol2);
  ];
(* Escrever resultado da aplicacao do metodo *)
  If[k>itMax,
    Print["A solucao nao foi encontrada em ",itMax," iteracoes"],
    Print["x",k,"= ",x]
  ];
);
```

2. Definir função para construir um vector com os elementos (l_i, l_i) e $(l_i, g(l_i))$, $i = 1, \ldots, n$, dado o vector $l \in \mathbb{R}^n$.

```
fazLista[l_]:=(
  n=Length[l];
```

```
  aux={};
  Do[aux=Join[aux, {{l[[i]],l[[i]]}}, {{l[[i]],g[l[[i]]]}}], {i,n}];
  aux
);
```

3. Considerar a função iteradora definida por $g(x) = 3\sin\frac{x}{2}$.

   ```
   g[x_]:=3Sin[x/2];
   ```

4. Aplicar método definido por $x_{n+1} = 3\sin\frac{x_n}{2}$ partindo de $x_0 = 0.5$.

   ```
   metodoDoPontoFixo[.5]
   ```

5. Construir lista contendo os pontos determinados na aplicação do método anterior.

   ```
   lPontoFixo=fazLista[pontosDoPontoFixo];
   ```

6. Esboçar gráficos relativos aos pontos determinados na aplicação do método do ponto fixo em 4.

   ```
   pontoInicial=ListPlot[{{.5,.5}}, PlotStyle->{PointSize[.04], RGBColor[0,1,0]}];
   recta=Plot[x, {x,0,3}];
   grafg=Plot[g[x], {x,0,3}];
   gPontoFixo=ListPlot[lPontoFixo, PlotJoined->True, PlotStyle->{RGBColor[1,0,0]}];
   Show[pontoInicial,recta,grafg,gPontoFixo];
   ```

7. Considerar a função definida por $f(x) = x^2e^{-x} - 0.6$.

   ```
   f[x_]:=x^2*Exp[-x]-.6;
   ```

8. Considerar a função iteradora definida por $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

   ```
   g[x_]:=x-f[x]/f'[x];
   ```

9. Aplicar método definido por $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, ou seja, aplicar o método de Newton à função considerada em 7, partindo de $x_0 = 1.75$.

   ```
   metodoDoPontoFixo[1.75]
   ```

10. Definir função para esboçar as rectas tangentes ao gráfico de f nos pontos de uma lista dada.

    ```
    fazerGrafLista[lista_]:=(
      n=Length[lista];
      Do[
        xi=lista[[i]];
        tgi[x_]=f'[xi]*x+(f[xi]-f'[xi]*xi);
        Plot[{f[x],tgi[x]}, {x,-1,2.5},PlotRange->All],
        {i,n}
      ];
    );
    ```

11. Utilizar a função anterior para esboçar os gráficos relativos aos pontos determinados na aplicação do método de Newton em 9.

    ```
    fazerGrafLista[listaDePontos]
    ```