Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

Análise Numérica I

Ano lectivo 1999/2000 Folha suplementar 5

—◇—

Integração numérica

Determine valores aproximados dos integrais

$$\int_0^1 e^{\sin x} dx \quad \text{e} \quad \int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx,$$

usando as regras dos trapézios e de Simpson compostas com 3 e 11 pontos.

Compare os valores obtidos com o valor exacto do integral.

Sugestão de resolução:

1. Considerar a função definida por $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$.

```
f[x_]:=Exp[-x]/x;
```

2. Definir função para aplicar a regra dos trapézios ao integral $\int_a^b f(x)\,dx$ usando n sub-intervalos.

```
regraDeTrapezios[a_,b_,n_]:=(
(* Inicializar variaveis *)
  h=(b-a)/n; soma=0; x=a;
(* Aplicar a regra *)
  Do[x=x+h; soma=soma+f[x], {i,n-1}];
  integral=(2soma+f[a]+f[b])h/2
);
```

3. Aplicar a regra definida ao integral $\int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx$ usando 2 sub-intervalos.

```
regraDeTrapezios[1,2,2]
```

4. Definir função para aplicar a regra de Simpson ao integral $\int_a^b f(x)\,dx$ usando n sub-intervalos.

```
regraDeSimpson[a_,b_,n_]:=(
(* Inicializar variaveis *)
  h=(b-a)/n; soma1=0; soma2=0; x1=a-h; x2=a;
(* Aplicar a regra *)
  Do[
    x1=x1+2h; x2=x2+2h;
    soma1=soma1+f[x1]; soma2=soma2+f[x2],
    {i,n/2-1}
  ];
  integral=(4soma1+4f[x1+2h]+2soma2+f[a]+f[b])h/3
);
```

5. Aplicar a regra definida ao integral $\int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx$ usando 2 sub-intervalos.

```
regraDeSimpson[1,2,2]
```

6. Definir função para construir lista contendo os valores obtidos ao aplicar a regra dos trapézios ao integral dado usando i sub-intervalos, $i = 1, \ldots, 20$.

```
fazerListaTrapezios:=(
  listaTrapezios={};
```

```
    Do[
      listaTrapezios=Join[listaTrapezios, {regraDeTrapezios[1,2,i]}],
      {i,20}
    ];
);
```

7. Construir a lista referida em 6.

```
fazerListaTrapezios;
```

8. Definir função para construir lista contendo os valores obtidos ao aplicar a regra de Simpson ao integral dado usando $2i$ sub-intervalos, $i = 1, \ldots, 10$.

```
fazerListaSimpson:=(
    listaSimpson={};
    Do[
      listaSimpson=Join[listaSimpson, {regraDeSimpson[1,2,2i]}],
      {i,10}
    ];
);
```

9. Construir a lista referida em 8.

```
fazerListaSimpson;
```

10. Determinar o "valor exacto" de $\int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx$.

```
Integrate[f[x],x,1,2]
valor=NIntegrate[f[x],x,1,2]
```

11. Calcular os erros cometidos nas aproximações encontradas.

```
erroT=listaTrapezios-valor;
erroS=listaSimpson-valor;
```

12. Representar graficamente os erros cometidos.

```
gT=ListPlot[erroT, PlotJoined->True, PlotStyle->{RGBColor[1,0,0]}, PlotRange->All];
gS=ListPlot[erroS, PlotJoined->True, PlotStyle->{RGBColor[0,1,0]}, PlotRange->All];
Show[gT,gS]
```