Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

ESTATíSTICA

Ano lectivo: 1999/2000 **Folha 5**

4. Distribuições Teóricas

33. Um sistema de protecção anti-míssil de determinada zona é composto por n radares. Quando um míssil entra nessa zona, a probabilidade de ele ser detectado por um dos radares é 0.7 e a sua detecção é feita de modo independente pelos diversos radares.

Num dado momento um míssil entra na referida zona.

a) Supondo $n = 5$, calcule a probabilidade de

i) pelo menos um dos radares detectar o míssil;

ii) quatro radares detectarem o míssil.

b) Determine o menor valor de n de tal forma que a probabilidade dos n radares detectarem o míssil seja inferior a 0.0049.

34. Um saco contém 12 bolas das quais 3 são verdes, 4 são azuis e 5 são vermelhas. Seja X a v.a.r. que representa o número de bolas verdes extraídas ao efectuar 3 tiragens sucessivas de uma bola, sempre com reposição da bola extraída em cada tiragem.

a) Qual a lei de probabilidade de X?

b) Determine a probabilidade dos acontecimentos: A = "Obter pelo menos uma bola verde" e B = "As bolas obtidas são azuis ou vermelhas".

c) Calcule a esperança matemática e o desvio padrão de X.

35. O Luís joga o seguinte jogo: escolhe, ao acaso, um número de 1 a 6 e em seguida lança 3 vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Se o número escolhido pelo Luís sai x vezes (no total dos 3 lançamentos) ele ganha x milhares de escudos, x=1, 2, 3. Em contrapartida, se o número escolhido pelo Luís nunca ocorre, então ele perde 1000 escudos.

Determine o ganho médio do Luís ao jogar este jogo.

36. De um grupo de 10 indivíduos constituído por 4 raparigas e 6 rapazes pretendemos seleccionar 3 ao acaso a fim de constituírem uma comissão. Considere a v.a.r. X que representa o número de raparigas que integram a comissão.

Determine a lei de probabilidade de X, a correspondente função de repartição e a variância de X.

37. Resolva o exercício 34 no caso das tiragens serem feitas sem reposição.

38. Numa fábrica de grande produção, pequenos motores eléctricos são expedidos em lotes de 50 unidades. Antes de um lote ser aprovado, um inspector escolhe 5 desses motores e analisa-os. Se nenhum dos motores analisados for defeituoso, o lote é aprovado; se pelo menos um dos motores analisados for defeituoso, todos os motores do lote são analisados. Suponha-se que existem, de facto, 3 motores defeituosos no lote.

Determine a probabilidade de que todos os motores sejam analisados.

39. Considere um baralho, não viciado, de 52 cartas.

a) Determine a probabilidade de obter 2 ases, ao retirar simultaneamente 2 cartas desse baralho.

b) Suponha agora que se efectuam extracções sucessivas, com reposição, de 2 cartas (retiradas ao acaso).

i) Determine a probabilidade de, em 4 extracções, obter 3 vezes um par de ases.

ii) Seja Y a v.a.r. que representa o número de extracções necessárias para que saia, pela primeira vez, um par de ases. Determine a lei de probabilidade de Y.

40. O número de chamadas telefónicas, numa central telefónica, entre as 9 e as 10 horas é uma v.a.r. X com distribuição de Poisson de média λ e entre as 10 e as 11 horas é uma v.a.r. Y, também com distribuição de Poisson de variância μ. Sabe-se que

i) entre as 9 e as 10 horas, a probabilidade de ocorrer uma chamada é 3 vezes superior à probabilidade de não ocorrer nenhuma chamada;

ii) entre as 10 e as 11 horas, o dobro da probabilidade de ocorrerem duas chamadas é 5 vezes superior à probabilidade de ocorrer uma chamada.

Calcule: **a)** Os valores dos parâmetros λ e μ; **b)** $P(X = 2)$ e $P(Y > 2)$.

41. Seja X uma v.a.r. com distribuição normal de média 4 e variância 4.

a) Determine

i) $P(4 \leq X \leq 6.84)$; ii) $P(2.6 < X < 4)$; iii) $P(1.26 \leq X \leq 8.02)$;
iv) $P(|X| \geq 0.42)$; v) $P(2.369 < X < 5.64)$; vi) $P(2.957 < X < 5.043)$.

b) Determine o valor de $t \in \mathbb{R}$ tal que

i) $P(X < t) = 0.9236$; ii) $P(X > t) = 0.2031$;
iii) $P(X > t) = 0.1$; iv) $P(4 - 2t \leq X \leq 4 + 2t) = 0.916$;
v) $P(4 - 2t < X < 4 + 2t) = 0.268$; vi) $P(X > t) = 0.7031$.

42. O diâmetro, em cm, de um cabo eléctrico é normalmente distribuído com média 0.8 cm e variância $0.0004\,\text{cm}^2$.

a) Qual a probabilidade de que o diâmetro exceda 0.81 cm?

b) Suponha que o cabo é considerado defeituoso se o diâmetro diferir (em módulo) da sua média em mais de 0.025 cm. Determine a probabilidade de um cabo ser defeituoso.

43. O comprimento, em cm, de determinado tipo de peças produzidas por uma máquina é uma v.a.r. X normalmente distribuída, com parâmetros m e σ, $m, \sigma \in \mathbb{R}^+$.

a) Sabendo que a probabilidade de que o desvio absoluto entre X e o comprimento médio seja superior a 0.8 cm é igual a 0.02, determine o desvio padrão da referida distribuição.

b) Supondo que o desvio padrão de X é 0.2 cm, determine a percentagem de peças cujo comprimento excede o comprimento médio em 0.4 cm ou mais.

44. (Exame, 6/9/96) Num viveiro existem, para venda, vários tipos de peixes entre os quais trutas e carpas. O peso de cada truta é uma variável aleatória normal de média 1 Kg e desvio padrão 0.1 Kg e o peso de cada carpa é uma variável aleatória normal de média 1.5 Kg e desvio padrão 0.25 Kg.

Numa determinada manhã foram vendidas 21 trutas e 16 carpas, retiradas ao acaso do viveiro. Seja Z a variável aleatória que representa o peso de todos os peixes vendidos nessa manhã. Admitindo a independência dos pesos de todos os peixes do viveiro:

a) Mostre que Z segue uma lei normal de média 45 Kg e desvio padrão 1.1 Kg e enuncie o resultado em que se apoia;

b) Calcule a probabilidade de o peso dos peixes vendidos nessa manhã exceder 47.2 Kg.