ESTATíSTICA

Ano lectivo: 1999/2000 **Folha 6**

45. Um determinado sistema de segurança é composto por dois dispositivos, I e II. O primeiro destes dispositivos é composto por duas componentes, C_1 e C_2, e o segundo dispositivo é formado por três componentes, C_3, C_4 e C_5. Em cada um dos dispositivos só uma componente está a funcionar, e a que está a funcionar é substituída automaticamente por outra em caso de avaria. Considera-se que nenhuma das 5 componentes é reparável e que, portanto, cada uma delas só apresenta dois estados: em funcionamento ou em falha. Sendo X_i a duração de vida da componente C_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$, sabe-se que as v.a.r. X_i são independentes e normalmente distribuídas de acordo com o quadro abaixo:

	média (em meses)	desvio padrão (em meses)
X_1, X_3	24	3
X_2	15	2
X_4, X_5	9	1

Admite-se que as durações de vida dos dispositivos I e II são independentes. Considerando que o sistema funciona se ambos os dispositivos funcionarem, determine a probabilidade de

a) O sistema funcionar durante pelo menos três anos.

b) O sistema funcionar entre três e quatro anos.

46. (Exame, 15/2/96) Seja n (n natural) o número total de chamadas telefónicas que chegam a determinada central durante um período do dia de grande afluência. O tempo, expresso em minutos, que decorre entre o início da i-ésima chamada telefónica e o início da $i+1$-ésima chamada telefónica é uma v.a.r., T_i, verificando $E(T_i) = V(T_i) = 1$, $i = 1, 2, \ldots, n-1$. Considere que as v.a.r. $T_1, T_2, \ldots, T_{n-1}$ são independentes e identicamente distribuídas.

Supondo que, durante o referido período do dia, chegaram à central 145 chamadas telefónicas, determine a probabilidade do tempo que decorre entre o início da primeira chamada e o da última ser superior a 2h e 42m.

47. (Exame, 5/2/98) A fábrica X produz (em grande quantidade) pares de sapatos para homem e para senhora, sendo a sua produção destinada tanto ao mercado interno como ao externo (E.U.A. e França). Sabe-se que 25% dos pares de sapatos produzidos pela fábrica destinam-se ao mercado francês, 35% ao mercado dos E.U.A. e a restante produção ao mercado interno. Sabe-se ainda que 80% dos pares de sapatos destinados ao mercado francês são de homem; 70% dos pares de sapatos de senhora destinam-se ao mercado dos E.U.A. e que 2.5% dos pares de sapatos destinados ao mercado interno são de senhora.

a) Qual a percentagem de pares de sapatos de senhora produzidos pela fábrica X?

b) Determine a percentagem de pares de sapatos produzidos que são de homem e que se destinam ao mercado externo?

c) Da produção da fábrica destinada ao mercado interno são escolhidos 100 pares de sapatos. Qual a probabilidade de mais de 90 desses pares serem de homem?

48. (Exame de 27/1/92) Um ecologista pretende formar uma reserva onde pensa colocar um viveiro com duas espécies de peixes: 50 trutas e 150 salmões. Sabe-se que 10% das trutas são machos e 70% dos salmões são fêmeas.

a) Qual a probabilidade de que um peixe macho extraído ao acaso do viveiro seja um salmão?

b) Extraíram-se 15 peixes ao acaso do viveiro. Determine a probabilidade de terem sido extraídos mais de 10 machos.

Admita que a capacidade de reprodução das trutas fêmeas (*i.e.*, o número de descendentes a que cada fêmea dá origem) é uma v.a. de Poisson de parâmetro 1.8. Considera-se que as trutas se reproduzem independentemente. Suponha ainda que as reservas alimentares para descendentes, de que o ecologista dispõe, apenas dão para alimentar 108 novas trutas.

c) Qual a probabilidade de que na geração seguinte tais reservas alimentares sejam insuficientes para alimentar as novas trutas?

49. (Exame de 21/9/93) Numa determinada linha de fabrico, uma máquina enche, em cada dia de laboração, 5000 sacos de açúcar. Sabe-se que os pesos dos sacos são independentes e normalmente distribuídos com média 1 Kg e variância 0.00004 Kg^2. À medida que a referida máquina vai enchendo os sacos, estes são transportados num tabuleiro mecânico, em grupos de 10, para uma outra máquina que os empacota.

O tabuleiro serve ainda para efectuar um controlo de pesos; assim, quando a carga, em cada transporte, for superior a 10.0392 Kg ou inferior a 9.9608 Kg o tabuleiro não arranca e o grupo dos 10 sacos de açúcar é desperdiçado.

a) Designemos por Y a v.a.r. que representa o "peso de um grupo de 10 sacos de açúcar". Qual a lei de probabilidade de Y?

b) Prove que a percentagem de grupos de 10 sacos de açúcar não desperdiçados, num dia de laboração, é de 95%.

c) Determine a probabilidade de, num dia de laboração, o tabuleiro efectuar mais de 365 transportes.

50. (Exame de 8/3/93) Para participar num concurso televisivo, um grupo de candidatos apresenta-se a uma primeira prova de pré-selecção. A classificação obtida por um candidato nesta prova é uma v.a.r. X que segue uma lei normal de média 12 e variância 4. Sabe-se que um candidato é automaticamente admitido à final se a sua classificação nessa prova for superior a 16 valores e automaticamente eliminado se a sua classificação for inferior a 8 valores.

Os restantes candidatos fazem uma segunda prova de pré-selecção, a qual é composta por 27 perguntas, sendo as respostas de cada candidato independentes. Se o candidato responde acertadamente a pelo menos 14 perguntas é admitido à final; caso contrário, é eliminado. Sabe-se ainda que, nesta segunda prova, cada candidato tem probabilidade 0.25 de responder acertadamente a cada pergunta.

a) Calcule a probabilidade de um candidato que realizou a segunda prova de pré-selecção ser admitido à final.

b) Calcule a probabilidade de um candidato ter que realizar a segunda prova de pré-selecção.

c) Sabe-se que 5% dos candidatos que foram automaticamente admitidos à final desiste de participar nessa final, enquanto que no grupo dos candidatos admitidos à final após a realização da segunda prova não há desistências.

Qual a probabilidade de um candidato, seleccionado aleatoriamente do grupo inicial dos candidatos, vir a participar nessa final?

d) O valor do prémio (em milhares de contos) para o vencedor de um concurso é uma v.a. de média 0.8 e variância 0.016.

Determine a probabilidade de, em 90 concursos, a televisão ter dispendido mais de 60 mil contos, admitindo a independência entre os valores dos prémios ganhos em cada concurso.