35. Cinco homens e cinco mulheres submetem-se a um teste que permite ordená-los por ordem decrescente dos resultados obtidos. Não é possível que duas pessoas tenham o mesmo resultado e todas as 10! ordenações são igualmente prováveis. Represente-se por X a melhor classificação alcançada por uma mulher. Calcule $\mathrm{P}(X = i)$, $i = 1, 2, \ldots, 9, 10$.

36. A função de distribuição da variável aleatória X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{x}{2} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \dfrac{2}{3} & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ \dfrac{11}{12} & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

a) A variável é discreta, contínua ou nem uma coisa nem outra?

b) Calcule $\mathrm{P}(X > \frac{1}{2})$.

c) Calcule $\mathrm{P}(2 < X \leq 4)$.

d) Quanto vale $\mathrm{P}(X = 1)$?

37. Uma população de animais selvagens está a ser estudada por um grupo de biólogos. Numa primeira fase capturam N animais que marcam de forma não apagável e que depois são libertados novamente. Suponhamos que existem na população M animais que não foram capturados, logo não foram marcados. Numa segunda fase do estudo capturam n animais dos quais X estão marcados desde a primeira fase. Para os valores possíveis de k, calcule $\mathrm{P}(X = k)$.

38. A variável aleatória X tem distribuição com densidade $f(x) = \frac{1}{2}\mathbb{I}_{[-1,1]}(x)$. Indique a densidade da variável aleatória $Y = |X|$.

39. Repita o problema anterior supondo que a densidade de X é agora $f(x) = \frac{1}{3}\mathbb{I}_{[-1,2]}(x)$.

40. Uma variável aleatória tem densidade $f(x) = c(4x - 2x^2)\mathbb{I}_{[0,2]}(x)$. Calcule o valor de c e $\mathrm{P}(0.5 < X < 1.5)$.

41. Uma variável aleatória tem densidade $f(x) = ce^{-2x}\mathbb{I}_{[0,+\infty]}(x)$. Calcule o valor de c. Quanto vale $\mathrm{P}(X < 1.5)$?

42. Calcule a probabilidade de, ao lançar 6 dados, obter seis resultados diferentes?

43. Uma empresa desenvolveu um sistema de classificação do nível de produtividade dos seus funcionários de forma a que os ajustamentos da mão de obra possam ser efectuados e ainda permita detectar funcionários com níveis de produtividade excepcionais. As chaves deste sistema baseiam-se em dois parâmetros: *capacidade de trabalho* e *formação*. Em função da combinação destes parâmetros determinaram-se as probabilidades de encontrar funcionários com nível de produção excepcional dadas pela tabela seguinte

Capacidade de trabalho	formação nível 1	nível 2	nível 3	nível 4
baixa	0.01	0.02	0.02	0.04
média	0.05	0.06	0.07	0.10
alta	0.10	0.15	0.16	0.22

a) Calcule a probabilidade de um funcionário com nível excepcional ter uma capacidade de trabalho alta.

b) Se um funcionário com nível excepcional tiver nível de formação 4, qual a probabilidade de ter capacidade de trabalho baixa?

c) E se não tiver nível de formação 4?

d) Se um funcionário com nível excepcional tiver nível 1 ou 2 de formação, qual a probabilidade de não ter capacidade de trabalho média?

44. A experiência mostrou que um detector de mentiras indica que uma pessoa mente em 10% dos casos em que a pessoa diz a verdade e em 95% dos casos em que a pessoa efectivamente mente.

a) Qual a probabilidade de o detector indicar uma mentira?

b) Se o detector indicar uma mentira, qual a probabilidade de a pessoa estar efectivamente a mentir?

45. Uma família repara que, ao entrar no carro após o seu piquenique dominical, o cão tinha desaparecido. Havia três possibilidades para o motivo deste desaparecimento:

A: o cão foi para casa;

B: ficou na área de piquenique roendo um osso;

C: foi dar uma volta na mata circundante.

As probabilidades de cada um destes acontecimentos são 0.05, 0.8 e 0.15, respectivamente. É enviada uma das crianças de volta à área de piquenique para procurar o animal, sabendo-se que se o cão ficou na área de piquenique a probabilidade de ser encontrado é 0.9, enquanto que se foi dar uma volta na mata só será encontrado com probabilidade 0.3.

a) Qual a probabilidade de o animal ser encontrado?

b) E no caso de o não ser, qual a probabilidade de ter ido para casa?

c) Qual a probabilidade de o cão ser encontrado em casa?

46. É-lhe proposto o seguinte jogo. Tem à sua frente três portas das quais uma contém um prémio, estando as outras duas vazias. Começa por escolher um das portas. Das outras duas, uma delas é aberta (a que não tem o prémio...). Pode agora escolher novamente entre as duas portas fechadas restantes. Calcule a probabilidade de ganhar o prémio considerando cada uma das seguintes estratégias

a) na segunda escolha mantém a porta inicialmente escolhida;

b) na segunda escolha muda de porta;

c) na segunda escolha escolhe ao acaso uma nova porta (entre as duas que ainda estão fechadas).