Métodos Estatísticos

1998/99 Folha No. 6

58. Seja Z uma variável aleatória $\mathcal{N}(0,1)$. Para cada uma das alíneas seguintes calcule as probabilidades indicadas em função da seguinte informação: $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 0.8) = 0.2881$.

   a) $\mathrm{P}(-2.5 \le Z \le 0)$.
   b) $\mathrm{P}(-0.8 \le Z \le 0.8)$.
   c) $\mathrm{P}(-0.8 \le Z \le 2.5)$.
   d) $\mathrm{P}(0.8 \le Z \le 2.5)$.

59. Se X é uma variável aleatória com distribuição $\mathcal{N}(5,4)$, use a informação do problema anterior para calcular as seguintes probabilidades.

   a) $\mathrm{P}(0 \le X \le 5)$.
   b) $\mathrm{P}(3.4 \le X \le 6.6)$.
   c) $\mathrm{P}(6.6 \le X \le 10)$.

60. O tempo, em minutos, necessário para terminar um teste de avaliação é descrito por uma variável aleatória normal com parâmetros $(58, 90.25)$. Se o professor pretender que 90% dos seus alunos terminem o teste quanto tempo deve ser previsto?

61. Uma comunidade consiste em 100 casais. Se, sob efeito de uma epidemia, morrerem 50 pessoas, caracterize a distribuição da variável aleatória que descreve o número de casais não afectados pela epidemia. Calcule o seu valor médio.

62. Calcule o número médio de lançamentos de um dado até que apareça a face 6.

63. Uma máquina produz peças que são defeituosas com probabilidade 0.02. Qual o número médio de peças sem defeito que serão produzidas consecutivamente?

64. Uma empresa de marketing acredita que 25% das pessoas a quem envia um mailing lêem de facto a publicidade aí incluída. Se este mailing for enviado a 5000 pessoas, indique o valor médio e a variância para o número de pessoas que de facto lêem a publicidade.

65. Uma lotaria vende um milhão de bilhetes. Calcule o valor médio do prémio a receber em cada um dos casos.

   a) Só há um prémio de 50 000$00.
   b) Há um prémio de 50 000$00 e 9 prémios de 5 000$00.
   c) Há um prémio de 50 000$00, 9 prémios de 5 000$00 e 90 prémios de 500$00.

66. Suponha que a densidade de uma variável aleatória X é da forma $f(x) = ce^{-0.2x}\mathbb{I}_{[0,10]}(x)$.

   a) Indique qual o valor da constante c.
   b) Calcule $\mathrm{E}(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

67. A densidade de uma variável aleatória X é dada por $f(x) = (a + bx^2)\mathbb{I}_{[0,1)}(x)$ e $\mathrm{E}(X) = 3/5$. Calcule a e b.

68. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\lambda x} & \text{se } x < 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\lambda x} & \text{se } x \ge 0 \end{cases}$$

   Calcule $\mathrm{E}(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

69. Considere X uma variável aleatória com densidade

$$f(t) = (4t-2)\mathbb{I}_{[1/2,1]}(t) + (6-4t)\mathbb{I}_{(1,3/2]}(t).$$

Calcule a função de distribuição, $\mathrm{E}(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

70. Escolha n números ao acaso no intervalo $[0,1]$, independentemente uns dos outros. Calcule o valor médio do maior desses números. O que acontece se a escolha de cada número em $[0,1]$ for efectuada de acordo com a densidade $f(x) = 6x(1-x)\mathbb{I}_{[0,1]}(x)$?

71. Uma máquina produz uma peça que é, no final, medida. O instrumento de medição tem uma zona de indefinição entre 1 e 4/3. Assim, o comprimento final das peças pode ser descrito por uma variável aleatória X com densidade

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & x \in [0,1] \\ 1 & x \in (1,4/3] \\ 0 & x < 0 \text{ ou } x > 4/3 \end{cases}$$

a) Calcule k.

b) Qual a proporção de peças cujo comprimento está fora da zona de indefinição?

c) Calcule a média e variância dos comprimentos.

72. A duração T de chamadas telefónicas verifica, para $t > 0$

$$\mathrm{P}(T > t) = a\,e^{-\lambda t} + (1-a)\,e^{-\mu t},$$

onde $a \in [0,1]$, $\lambda > 0$ e $\mu > 0$, são parâmetros que dependem do meio onde a central telefónica está inserida. Calcule a duração média de uma chamada.

73. O peso, em Kg, de uma peça é descrito por uma variável aleatória com densidade

$$f(x) = \begin{cases} x-8 & \text{se } 8 \le x \le 9 \\ 10-x & \text{se } 9 < x \le 10 \\ 0 & \text{se } x < 8 \text{ ou se } x > 10 \end{cases}$$

a) Calcule o peso médio das peças e a variância que lhe está associada.

b) Cada peça é vendida por 340\$00. A todos os compradores que adquiram um peça pesando menos do que 8.25 Kg é devolvido o seu dinheiro. O custo de produção de cada peça é dado por $59.5 + x/11$, onde x é o peso da peça produzida. Qual o lucro médio por peça?

74. Uma firma de refrigerantes imprime em cada cápsula um número entre 1 e 10. Oferece então um prémio a quem lhe apresentar 6 cápsulas com números todos diferentes entre si. Qual o número médio de refrigerantes que teremos de beber até conseguir o objectivo pretendido? E se se exigirem 8 cápsulas com os números todos diferentes?

75. A probabilidade de se verificar uma ruptura num troço de uma canalização de abastecimento de água é igual a 0.05. Se o sistema contiver 200 destes troços, qual a probabilidade de se verificarem rupturas em pelo menos 50 deles?