76. Os intervalos de tempo que decorrem entre o registo de dois terramotos são variáveis aleatórias com distribuição admitindo densidade da forma $f(x) = 0.005\, e^{-0.005x} \mathbb{I}_{[0,+\infty)}(x)$. Qual a probabilidade de terem decorrido pelo menos 9 500 anos entre o primeiro terramoto registado e o quinquagésimo?

77. Um fabricante anuncia que os seus produtos têm um tempo médio de vida igual a 100 horas com desvio padrão 20 horas. Supondo que a distribuição da variável aleatória que descreve o tempo de vida de cada produto é normal e que dispomos de uma colecção de 20 desses produtos, qual a probabilidade de o tempo médio de vida dos 20 ser inferior a 90?

78. A acidez do solo de uma região é descrita por uma variável aleatória com média 48.75 e variância 65.21. Se fizermos 40 medições qual a probabilidade de o valor médio das observações ser superior a 50? O que dizer desta probabilidade se fizermos 60 medições?

79. Uma instituição de ensino superior tem o hábito de promover uma cerimónia para a entrega dos diplomas de licenciatura para a qual são naturalmente convidados os pais dos alunos que receberão o respectivo diploma. Sabe-se, da experência de anos anteriores, que 50% dos alunos contarão com a presença de ambos os pais, 30% com a presença de apenas um dos pais e 20% estarão sozinhos. Supondo que não se admitem mais assistentes à cerimónia para além dos pais e que há 500 alunos a receber o diploma, quantas cadeiras devem ser colocadas na sala para que a probabilidade de todos os pais presentes terem cadeira ser de pelo menos 0.95?

80. A quantidade de oxigénio na água deve exceder 6 partes por milhão (ppm) para que esta possa ser considerada adequada a suportar a existência de vida. Os registos efectuados sugerem que o valor médio da concentração de oxigénio num lago é de 6.8 ppm com desvio padrão 0.7 ppm. Se recolhermos 10 amostras de água, qual a probabilidade de a média das concentrações exceder 7 ppm? Seria relevante a hipótese de normalidade da variável que descreve a concentração de oxigénio?

81. O serviço de manutenção de um prédio é obrigado a substituir lâmpadas num dispositivo de iluminação. O tempo que dura cada lâmpada é em média de 2 semanas apresentando um desvio padrão de 3 dias. Se se adquirirem 20 lâmpadas, qual a probabilidade de esse stock durar entre 9 e 10 meses?

82. Um dado com 6 faces é viciado por forma que a probabilidade de mostrar a face k é proporcional a k. Supondo que pagamos 4 000\$00 para poder lançar o dado e recebemos k milhares de escudos se sair a face k, calcule a probabilidade de estarmos a ganhar dinheiro ao fim de n lançamentos.

83. Se atirarmos uma moeda ao ar 15 vezes, calcule uma aproximação para a probabilidade de observarmos pelo menos 10 caras.

84. Uma sala de teatro com 1 000 lugares está para ser construída. A sala terá duas entradas situadas de tal forma que potenciais espectadores poderão entrar por qualquer delas com igual probabilidade. Pretende-se equipar cada entrada com um bengaleiro, para que os espectadores possam assistir às representações sem o incómodo de ter que guardar consigo os respectivos casacos. Naturalmente, se um cliente entra por uma das portas utilizará o bengaleiro que fica mais próximo, embora nada o impeça de utilizar o outro (o que fará apenas no caso de o bengaleiro da porta por onde entrou estar completo). Pretende-se minimizar a necessidade deste recurso. É evidente que devem existir pelo menos 500 cabides em cada um dos bengaleiros. No entanto, iremos equipar cada bengaleiro com $500 + x$ cabides por forma que a probabilidade de algum espectador poder utilizar o bengaleiro da porta por onde entrou seja de 0.95. Qual o menor valor que x deve ter para atingir os requisitos impostos?

85. Na questão anterior seria mais natural supor que os espectadores chegam aos pares, necessitando ambos do serviço de bengaleiro. Que valor deverá ter x neste caso?

86. Sejam $X_1, \ldots, X_{250}$ variáveis aleatórias independentes e todas com densidade $f(x) = x\, e^{-x}\, \mathbb{I}_{[0,+\infty)}(x)$. Calcule c tal que $\mathrm{P}(\overline{X}_n > c) = 0.75$.

87. Sejam $X_1, \ldots, X_n$ variáveis aleatórias independentes e com densidade $f(x) = c\, x^2(1-x)\mathbb{I}_{[0,1]}(x)$.

    a) Calcule a constante c.

    b) Encontre o menor valor de n tal que $\mathrm{P}(X_1 + \cdots + X_n \geq \frac{3n}{4}) \leq 0.001$.

88. Pretende-se testar 2 000 veios de direcção para instalar em automóveis. O processo de fabrico indica que a proporção de veios defeituosos é 0.03. Qual a probabilidade de a proporção de veios testados se situar entre 0.02 e 0.04?

89. As variações de temperatura provocam contracções ou expansões nos gasodutos. As variações de comprimento devidas à temperatura são, para cada troço com comprimento 30.480 metros, em média iguais a 2.54 centímetros com desvio padrão 1.27 centímetros. Se uma linha de gasoduto tem comprimento 1 524 metros, que pode dizer acerca da distribuição da variável que descreve o comprimento total dessa linha? Qual a probabilidade de se verificar um aumento do comprimento da linha maior do que 139.7 centímetros?

90. Uma companhia decidiu premiar os trabalhadores que não utilizavam completamente os dias que anualmente lhes são concedidos para casos de doença, pagando-lhes como extra o correspondente a metade de cada dia de baixa por doença que não tinha sido utilizado. Há, evidentemente, que saber se esta política compensa. Nos anos anteriores o número de dias de baixa era, em média, de 7 dias por ano com variância 4. Supondo que estes valores se não alteram, qual a probabilidade de, num conjunto de 100 trabalhadores, o número médio de dias não utilizado ser inferior a 6.4?

91. Um fornecedor de semi-condutores afirma que a percentagem de componentes que fabrica e que apresenta defeitos é de 0.5%. Se testarmos 10 000 destes componentes e encontarmos 0.9% deles defeituosos, que lhe parece a afirmação do fabricante?

92. A Curva dos Viadores é um dos pontos perigosos na estrada entre Coimbra e a Mealhada. Os registos existentes permitem supor que a variável que descreve o número de acidentes graves por ano segue uma distribuição de Poisson com parâmetro 91.25, enquanto que a variável que faz a contagem do número de feridos graves por acidente tem distribuição de Poisson com parâmetro 0.24.

    a) Se se fizer um estudo ao longo de um ano, recolhendo a informação de todos os acidentes que ocorram na Curva dos Viadores, qual a probabilidade de a amostra recolhida ter pelo menos 100 elementos?

    b) Quantos anos deveriam decorrer para que a probabilidade de termos uma amostra com pelo menos 300 acidentes seja superior a 0.95?

    c) Suponhamos agora que já dispomos de dados referentes a 782 acidentes. Tomar-se-á a decisão de efectuar obras de melhoramento do traçado da curva se ao escolhermos 200 destes registos encontrarmos pelo menos 16 feridos graves. Qual a probabilidade de se efectuarem as referidas obras?

    d) Se registarmos o número de feridos dos próximos 100 acidentes, qual a probabilidade de o número total de feridos graves ser inferior a 20?