

Teste Intermédio

## Matemática B

Duração do Teste: 90 minutos | 13.04.2010

### 10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser, primeiramente, elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Utilize a régua, o compasso, o esquadro, o transferidor e a calculadora gráfica sempre que for necessário.

Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

Escreva, de forma legível, a numeração dos grupos e dos itens, bem como as respectivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresente apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

---

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

- sempre que recorrer às capacidades gráficas da calculadora, apresente o(s) gráfico(s) obtido(s), bem como as coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);
  - sempre que recorrer a uma tabela obtida na calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto;
  - sempre que recorrer a estatísticas obtidas na calculadora (média, desvio padrão, coeficiente de correlação, declive e ordenada na origem de uma recta de regressão, etc.), apresente a(s) lista(s) que introduziu na calculadora para as obter.
- 

---

A prova inclui, na página 9, um Formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

---

## GRUPO I

A praça principal de uma determinada localidade vai ser remodelada. As obras de remodelação incluem a repavimentação do centro da praça, em calçada portuguesa, utilizando pedra branca e pedra cinzenta.

1. A Figura 1 ilustra, esquematicamente, a proposta apresentada para a repavimentação do centro da praça.

Na Figura 1 estão representados:

- o hexágono regular  $[ABCDEF]$ ;
- a circunferência inscrita no hexágono, de centro no ponto  $O$  e de raio igual a  $12\text{ m}$ ;
- o ponto  $G$ , ponto médio de  $[EF]$ ;
- o ponto  $H$ , ponto médio de  $[AB]$ ;
- seis quadriláteros, todos geometricamente iguais.

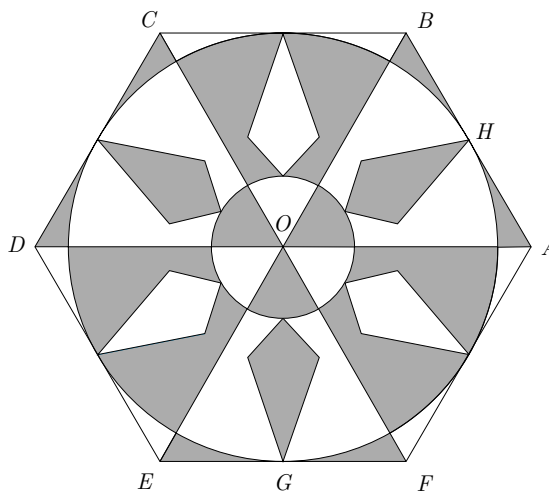


Figura 1

1.1. Através de uma rotação de centro no ponto  $O$  pode obter-se, a partir do triângulo  $[EFO]$ , o triângulo  $[ABO]$ .

Apresente um valor da amplitude, em graus, dessa rotação, justificando a sua resposta.

1.2. Determine a área, em  $m^2$ , da parte representada a sombreado na Figura 1.

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize, pelo menos, três casas decimais.

Na sua resolução pode percorrer, sucessivamente, as seguintes etapas:

- estabelecer a relação entre a área da parte representada com sombreado e a área da parte representada sem sombreado no hexágono  $[ABCDEF]$ ;
- calcular a área do triângulo  $[EFO]$ ;
- calcular a área pedida.

2. Na Figura 2 está representado, num referencial ortogonal e monométrico  $xOy$ , um hexágono regular  $[ABCDEF]$ , cujo centro coincide com a origem do referencial.

Considere que:

- o ponto  $A$  pertence ao semi-eixo positivo das abcissas;
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(2\sqrt{3}, 6)$ .

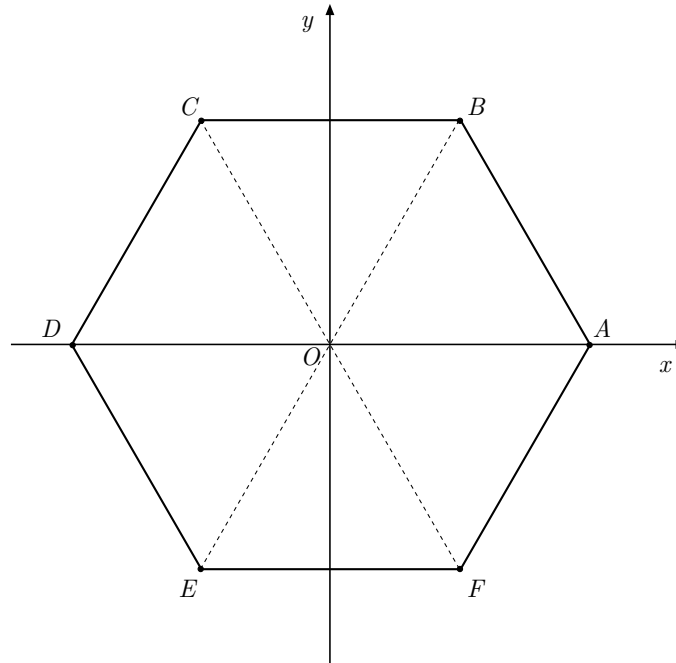


Figura 2

Determine a abcissa do ponto  $D$ .

Se utilizar simetrias e/ou propriedades de figuras geométricas para obter o valor pedido, refira-as na sua resposta.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize, pelo menos, três casas decimais e, nesse caso, apresente a abcissa do ponto  $D$  com três casas decimais.

## GRUPO II

Portugal, tal como outros países europeus, tem uma longa tradição na produção de vinho.

Uma empresa vinícola decidiu fazer um estudo relativo à sua produção, com vista a obter maior lucro.

Esse estudo foi feito a partir da análise da receita obtida pela empresa com a produção de vinho e da análise da despesa que a empresa tem de suportar com essa produção, em cada ano vinícola.

Representando por  $x$  a quantidade de vinho produzido, em milhares de litros, admita que a receita,  $r$ , em milhares de euros, é dada, em função de  $x$ , por

$$r(x) = -0,0137x^2 + 6,85x, \quad \text{com } x \in [0, 250]$$

e que a despesa,  $d$ , em milhares de euros, é dada, em função de  $x$ , por

$$d(x) = 0,411x + 383,6, \quad \text{com } x \in [0, 250]$$

Admita, ainda, que o lucro é a diferença entre a receita e a despesa.

1. Determine para que valores de vinho produzido, em milhares de litros, a receita obtida com a produção é inferior à despesa efectuada com essa produção.

Apresente a resposta sob a forma de intervalo de números reais.

2. Entre que valores deverá estar compreendida a quantidade de vinho a produzir, em milhares de litros, para que a empresa tenha um lucro entre 123 300 euros e 315 100 euros, incluindo estes valores?

**Sugestão:** comece por definir, matematicamente, o lucro em função de  $x$ , no mesmo domínio.

### GRUPO III

No âmbito de um trabalho de Estatística, a Joana, aluna de Matemática B, consultou um livro do qual retirou dados referentes aos preços e à produção de vinho tinto, em Portugal, no período de 1943 a 1961.

Organizou os registos numa tabela que a seguir se apresenta, na qual  $x$  designa a produção de vinho tinto, em centenas de milhares de litros, e  $y$  designa o preço, em escudos\*, de cada litro de vinho tinto, no referido período.

\* Moeda portuguesa em uso no referido período.

**Alguns preços e produção de vinho tinto em Portugal (1943 - 1961)**

<b>ANOS</b>	<b>PRODUÇÃO</b> (centenas de milhares de litros) $x$	<b>PREÇOS</b> (escudos/litro) $y$
1943	10,8	1,64
1945	7,8	2,29
1947	7,8	2,09
1949	6,0	2,50
1951	7,0	2,57
1953	8,8	2,02
1955	8,3	1,78
1957	6,8	3,02
1959	6,4	2,98
1961	4,8	3,38

1. No ano de 1954, a produção de vinho tinto foi de 9,0 centenas de milhares de litros.

A Joana não registou o preço de cada litro de vinho tinto desse ano e pretende estimá-lo.

Admita que os valores da produção e do preço de cada litro de vinho tinto, no ano de 1954, seguem o modelo de regressão linear obtido a partir dos registos apresentados na tabela.

Estime o preço, em escudos, de cada litro de vinho tinto no ano de 1954.

Apresente os valores dos parâmetros da equação da recta de regressão linear de  $y$  sobre  $x$ , com, pelo menos, seis casas decimais.

Apresente o resultado final arredondado às centésimas.

**Nota** – Não converta escudos em euros.

2. Para o mesmo trabalho de Estatística, a Joana, pretendendo saber o efeito do preço de venda de cada garrafa de um certo tipo de vinho sobre o número de garrafas vendidas, recolheu dados em dois supermercados diferentes.

Posteriormente, procedeu ao tratamento estatístico desses dados e construiu correctamente os histogramas que a Figura 3 apresenta.

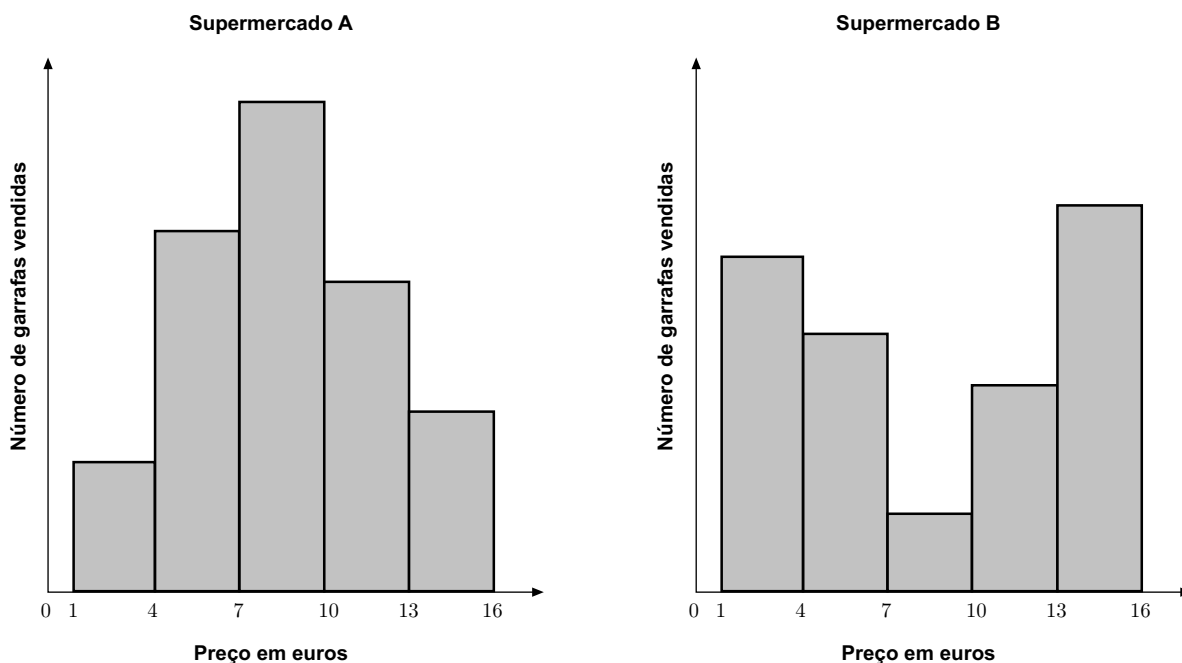


Figura 3

Seja  $X$  a variável «preço de uma garrafa de vinho vendida».

A Joana, no tratamento estatístico que realizou, obteve os valores correctos de  $\bar{x}$  e de  $s$  que representam, respectivamente, a média e o desvio padrão de  $X$ .

Para um dos supermercados, obteve o par I e para o outro supermercado obteve o par II, abaixo indicados.

$$\text{I : } \bar{x} \approx 8,6 \ ; \ s \approx 4,9$$

$$\text{II : } \bar{x} \approx 8,6 \ ; \ s \approx 3,5$$

Indique o par correspondente aos dados recolhidos no Supermercado A.

Justifique a sua resposta, com base na análise dos histogramas.

**FIM**

# COTAÇÕES

## GRUPO I

1.		
1.1.	.....	20 pontos
1.2.	.....	35 pontos
2.	.....	25 pontos
		<hr/>
		<b>80 pontos</b>

## GRUPO II

1.	.....	25 pontos
2.	.....	35 pontos
		<hr/>
		<b>60 pontos</b>

## GRUPO III

1.	.....	35 pontos
2.	.....	25 pontos
		<hr/>
		<b>60 pontos</b>

		<hr/>
<b>TOTAL</b>	.....	<b>200 pontos</b>



# Formulário

---

## Comprimento de um arco de circunferência

$$\frac{\alpha \pi r}{180} \quad (\alpha - \text{amplitude, em graus, do ângulo ao centro; } r - \text{raio})$$

## Áreas de figuras planas

$$\text{Losango: } \frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$$

$$\text{Trapézio: } \frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$$

$$\text{Polígono regular: } \text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$$

$$\text{Sector circular: } \frac{\alpha \pi r^2}{360} \quad (\alpha - \text{amplitude, em graus, do ângulo ao centro; } r - \text{raio})$$

## Áreas de superfícies

$$\text{Área lateral de um cone: } \pi r g \quad (r - \text{raio da base; } g - \text{geratriz})$$

$$\text{Área de uma superfície esférica: } 4 \pi r^2 \quad (r - \text{raio})$$

$$\text{Área lateral de um cilindro recto: } 2 \pi r g \quad (r - \text{raio da base; } g - \text{geratriz})$$

## Volumes

$$\text{Pirâmide: } \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$$

$$\text{Cone: } \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$$

$$\text{Esfera: } \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (r - \text{raio})$$

$$\text{Cilindro: } \text{Área da base} \times \text{Altura}$$