

# TESTE INTERMÉDIO DE MATEMÁTICA A

10 de Maio de 2007

## CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO - VERSÃO 4

---

### COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> .....	<b>63</b>
Cada resposta certa .....	9
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada .....	0
<b>Grupo II</b> .....	<b>137</b>
<b>1.</b> .....	40
<b>1.1.</b> .....	20
<b>1.2.</b> .....	20
<b>2.</b> .....	57
<b>2.1.</b> .....	19
<b>2.2.</b> .....	38
<b>2.2.1.</b> .....	19
<b>2.2.2.</b> .....	19
<b>3.</b> .....	40
<b>3.1.</b> .....	20
<b>3.2.</b> .....	20
<b>TOTAL</b> .....	<b>200</b>

## Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

<b>Itens</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
<b>Respostas</b>	B	A	A	B	D	A	C

## Grupo II

### Critérios gerais

1. Se o aluno se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o aluno apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As classificações a atribuir às respostas dos alunos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
  - Se o aluno se limitar a apresentar o resultado final, a classificação deve ser de 0 (zero) pontos.
  - Se o aluno não se limitar a apresentar o resultado final, a classificação deve ser a soma algébrica das classificações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8, 9, 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a classificação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

**6.** A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para o resolver.

**6.1.** Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

**6.2.** O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a classificação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a classificação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

- erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
- erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

**6.3.** Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.

**6.4.** No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

**6.5.** Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

**6.6.** Pode acontecer que o aluno, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, "em minutos", "em percentagem", etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo aluno não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o aluno o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o aluno não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o aluno escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o aluno deve apresentar o valor exacto. Se o aluno apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.
  
8. O aluno deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o aluno não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a classificação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente classificadas com 0 (zero) pontos.
  
9. O aluno deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, "sem recorrer à calculadora", "equacione o problema", "resolva graficamente", etc.). Na resolução apresentada pelo aluno, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o aluno não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito, bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser classificadas com 0 (zero) pontos.
  
10. Se, na resolução de um item, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas classificadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
  
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o aluno deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na classificação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução ..... -2 pontos

## Critérios específicos

### 1.1. ....20

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

#### 1º Processo:

Determinar a derivada de  $v$  (**ver nota 1**) ..... 5

Determinar os zeros da derivada de  $v$  (**ver nota 2**) .....5

Estudo do sinal de  $v'$  e consequente conclusão, relativamente à monotonia de  $v$  (estudo que pode ser apresentado através de um quadro) ..... 5

Primeira linha do quadro (**ver nota 3**) .....2

Segunda linha do quadro (sinal de  $v'$ ) (**ver nota 4**) ..... 2

Terceira linha do quadro (relação entre o sinal de  $v'$  e a monotonia de  $v$ )..... 1

Determinar  $v(2)$  ..... 2

Determinar  $v(6)$  ..... 2

Concluir que a velocidade máxima atingida foi de 52 centenas de rotações por minuto (**ver nota 5**) ..... 1

#### 2º Processo:

Determinar a derivada de  $v$  (**ver nota 1**) ..... 5

Determinar os zeros da derivada de  $v$  (**ver nota 2**) .....5

Determinar  $v(0)$ ,  $v(2)$ ,  $v(5)$  e  $v(6)$  (**ver nota 6**) .....9

Concluir que a velocidade máxima atingida foi de 52 centenas de rotações por minuto (**ver nota 7**) ..... 1

**Notas:**

1. Se existir evidência de que o aluno pretende determinar a derivada de  $v$ , a cotação mínima a atribuir a esta etapa é de 1 ponto.
2. Se existir evidência de que o aluno pretende determinar os zeros da derivada de  $v$ , a cotação mínima a atribuir a esta etapa é de 1 ponto.
3. A primeira linha do quadro deve ser cotada de acordo com o seguinte critério:  
Primeira linha correcta (indicação dos zeros da derivada de  $v$   
e indicação correcta do domínio, de 0 a 6) ..... 2  
Outras situações ..... 0
4. A segunda linha do quadro deverá ser cotada de acordo com o seguinte critério:  
Segunda linha do quadro de acordo com a primeira linha e  
com a expressão obtida para a derivada de  $v$  ..... 2  
Outras situações ..... 0
5. A cotação desta etapa só deve ser atribuída caso o aluno tenha determinado  $v(6)$ , para além de  $v(2)$ .
6. Caso o aluno se limite a determinar  $v(2)$  e  $v(5)$ , a cotação a atribuir a esta etapa deve ser de 4 pontos.
7. A cotação desta etapa só deve ser atribuída caso o aluno tenha determinado  $v(0)$ ,  $v(2)$ ,  $v(5)$  e  $v(6)$ .

Traduzir o problema pela inequação  $v(t) > 60$  (**ver nota 1**)..... 3

Resolver graficamente a inequação ..... 12

Apresentar o gráfico de  $v$ , a recta de equação  $y = 46$  e os pontos de intersecção das duas linhas

**ou**

apresentar o gráfico da função definida por  $v(t) - 46$  e os pontos de intersecção deste gráfico com o eixo  $Ox$  (**ver nota 2**).....4

Indicar as abcissas dos pontos de intersecção (**ver notas 3 e 4**)..... 4 + 4

Apresentar o resultado .....5

Subtrair as abcissas .....2

Converter o valor obtido em minutos e segundos (**ver nota 5**) ..... 3

**Notas:**

1. O aluno não necessita de apresentar explicitamente esta inequação. Havendo evidência de que a considerou, os 3 pontos relativos a esta etapa devem ser atribuídos.

2. Os 4 pontos relativos a esta etapa devem ser atribuídos de acordo com o seguinte critério:

Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes (gráfico da função  $v$ , no intervalo  $[0, 6]$ , recta de equação  $y = 46$  e pontos de intersecção) ..... 4

Apresentação correcta mas com ausência de alguns elementos ou apresentação completa mas com algumas incorrecções .....2 ou 3

Apresentação incompleta e com algumas incorrecções ..... 1

Outras situações .....0

3. A apresentação do valor 1,24 deve ser cotada de acordo com o seguinte critério:

1.º Caso (apresentação com duas casas decimais, de acordo com o enunciado):

1,24 .....	4
1,25.....	2
1,23 ou 1,26 .....	1
Outros valores .....	0

2.º Caso (apresentação com mais de duas casas decimais):

Valor no intervalo [ 1,24 ; 1,25] .....	2
Valor fora do intervalo anterior, mas pertencente ao intervalo [ 1,232 ; 1,258] .....	1
Outros valores .....	0

3.º Caso (apresentação com uma casa decimal):

Valor igual a 1,2 .....	1
Outros valores .....	0

4.º Caso (apresentação com zero casas decimais):

Qualquer valor .....	0
----------------------	---

4. A apresentação do valor 2,91 deve ser cotada de acordo com o seguinte critério:

1.º Caso (apresentação com duas casas decimais, de acordo com o enunciado):

2,91 .....	4
2,92.....	2
2,90 ou 2,93 .....	1
Outros valores .....	0



2.º Caso (apresentação com mais de duas casas decimais):

Valor no intervalo $[2,91 ; 2,92]$ .....	2
Valor fora do intervalo anterior, mas pertencente ao intervalo $[2,902 ; 2,928]$ .....	1
Outros valores .....	0

3.º Caso (apresentação com uma casa decimal):

Valor igual a 2,9 .....	1
Outros valores .....	0

4.º Caso (apresentação com zero casas decimais):

Qualquer valor .....	0
----------------------	---

5. Se o aluno apresentar o número de segundos não arredondado às unidades ou mal arredondado, a cotação a atribuir a esta etapa deve ser desvalorizada em 1 ponto.

**2.1. .... 19**

Indicar as coordenadas de um vector normal ao plano.....	3
Escrever uma equação do plano .....	3
Indicar as coordenadas do centro da esfera.....	3
Verificar que estas coordenadas satisfazem a equação do plano .....	3
Identificar a secção.....	3
Indicar a área .....	4

**2.2.1. ....19**

Referir que  $\overline{OQ} = z$  ..... 1

Determinar  $\overline{OP}$  ..... 5

Escrever a igualdade  $\overline{OP}^2 = 3^2 + 4^2$  (ou  
equivalente) ..... 3

Concluir que  $\overline{OP} = 5$  ..... 2

Exprimir  $\overline{PQ}$  em função de  $z$  .....12

Escrever a igualdade  $\overline{PQ} = \sqrt{(z - 4)^2 + 3^2}$   
(ou equivalente)..... 6

Desenvolver o quadrado da diferença ..... 4

Concluir que  $\overline{PQ} = \sqrt{z^2 - 8z + 25}$  ..... 2

Concluir que  $f(z) = z + 5 + \sqrt{z^2 - 8z + 25}$  ..... 1

**2.2.2. ....19**

Equacionar o problema ..... 4

Resolver a equação .....15

Isolar o radical ..... 3

Elevar ambos os membros ao quadrado (**ver nota**) ..... 3

Desenvolver o quadrado da diferença ..... 3

Concluir que  $z = 8$  .....3

Verificar se o valor obtido é solução ..... 3

**Nota:**

A escrita do símbolo de equivalência, em vez do símbolo de implicação, deve ter a desvalorização prevista no critério geral 6.

**3.1. ....20**

Simplificar a expressão  $8 \cos (4 \pi - \alpha) + 2 \operatorname{sen} \left( \frac{3 \pi}{2} + \alpha \right)$  ..... 8

$$8 \cos (4 \pi - \alpha) = 8 \cos \alpha \quad \text{(ver nota)} \quad \dots\dots\dots 4$$

$$2 \operatorname{sen} \left( \frac{3 \pi}{2} + \alpha \right) = -2 \cos \alpha \quad \text{(ver nota)} \quad \dots\dots\dots 4$$

Concluir que  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{8}$  ..... 3

Escrever a equação  $1 + \left( -\sqrt{8} \right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  ou

o sistema  $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = -\sqrt{8} \quad \wedge \quad \operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  ..... 3

Determinar o valor de  $\cos \alpha$  (ver nota) ..... 4

Determinar o valor pedido ..... 2

**Nota:**

Um erro de sinal implica uma desvalorização de 2 pontos nesta etapa.

**3.2. ....20**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:

1º Processo:

Estabelecer a igualdade  $\frac{u}{1} = \frac{1}{OQ}$  a partir de semelhança

de triângulos ou tendo em conta que ambos os quocientes são

iguais a  $\cos \beta$ , sendo  $\beta$  a amplitude do ângulo  $QOP$  ..... 16

Concluir que  $\overline{OQ} = \frac{1}{u}$  ..... 4

2º Processo:

Escrever as coordenadas de $Q$ como $(x, 0)$ .....	3
Escrever as coordenadas de $\overrightarrow{PQ}$ .....	2
Escrever a igualdade $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$ .....	3
Referir que $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OP} = ux - u^2 - v^2$ .....	3
Reconhecer que $u^2 + v^2 = 1$ .....	7
Mostrar que $x = \frac{1}{u}$ .....	2

3º Processo:

Reconhecer que o vector $(u, v)$ é perpendicular à recta $t$ .....	3
Escrever uma equação da recta $t$ .....	5
Reconhecer que $u^2 + v^2 = 1$ .....	7
Mostrar que a recta $t$ intersecta o eixo $Ox$ no ponto de abcissa $\frac{1}{u}$ .....	5

**Nota:**

A verificação do resultado para um caso particular deve ser classificada com zero pontos.