

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 6.05.2008

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

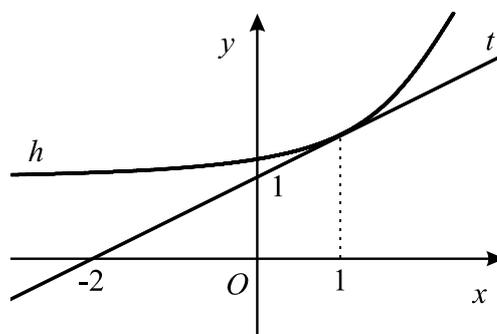
**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada item.
- Se apresentar mais do que uma letra, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy :

- parte do gráfico de uma função h
- uma recta t , tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa 1

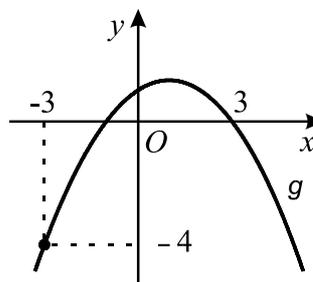


Tal como a figura sugere, a recta t intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa -2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 1 .

Indique o valor de $h'(1)$, derivada da função h no ponto 1

2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função g

Seja f a função de domínio \mathbb{R} definida por $f(x) = |x|$



Qual é o valor de $(f \circ g)(-3)$?

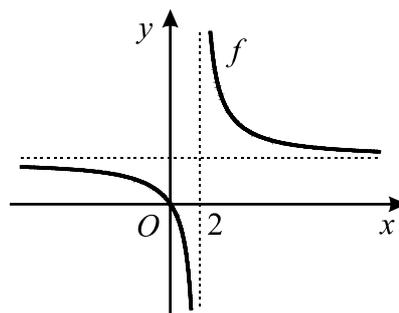
- (A) -4 (B) 0 (C) 3 (D) 4

Grupo II

Nos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função f , bem como as duas assíntotas deste gráfico.



Tal como a figura sugere,

- a origem do referencial pertence ao gráfico de f
- uma das assíntotas é paralela ao eixo Ox
- a outra assíntota é paralela ao eixo Oy e intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 2

- 1.1. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 3x + 9$
- Tendo em conta o gráfico de f e a expressão analítica de g , **resolva** a inequação $f(x) \times g(x) \leq 0$, **completando** a seguinte tabela de variação de sinal, que deve **transcrever** para a sua folha de prova:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		
$g(x)$		
$f(x) \times g(x)$		

Apresente o **conjunto solução** da inequação utilizando a notação de intervalos de números reais.

- 1.2. Admita agora que:
- a assíntota do gráfico de f paralela ao eixo das abcissas tem equação $y = 3$
 - f é definida por uma expressão do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x - c}$
onde a , b e c designam números reais.

Indique os valores de a e de c e determine o valor de b .

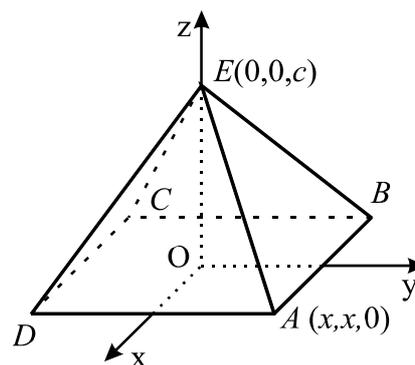
2. Na figura está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular.

Admita que o vértice E se desloca no semieixo positivo Oz , entre a origem e o ponto de cota 6, nunca coincidindo com qualquer um destes dois pontos.

Com o movimento do vértice E , os outros quatro vértices da pirâmide deslocam-se no plano xOy , de tal forma que:

- a pirâmide permanece sempre regular
- o vértice A tem sempre abcissa igual à ordenada
- sendo x a abcissa de A e sendo c a cota de E , tem-se sempre

$$x + c = 6$$



- 2.1. Seja $V(x)$ o volume da pirâmide, em função de x ($x \in]0, 6[$).

Mostre que $V(x) = 8x^2 - \frac{4}{3}x^3$

- 2.2. Utilizando a função derivada de V e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, estude a função V quanto à monotonia, conclua qual é o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide e determine esse volume máximo.

- 2.3. Admita agora que $x = 1$. Indique, para este caso, as coordenadas dos pontos A , B e E e determine uma equação cartesiana do plano ABE .

3. A Maria vai sempre de carro, com o pai, para a escola, saindo de casa entre as sete e meia e as oito horas da manhã.

Admita que, quando a Maria sai de casa t minutos **depois das sete e meia**, a duração da viagem, em **minutos**, é dada por

$$d(t) = 45 - \frac{5600}{t^2 + 300} \quad (t \in [0, 30])$$

As aulas da Maria começam sempre às oito e meia.

- 3.1. Mostre que, se a Maria sair de casa às 7 h 40 m, chega à escola às 8 h 11 m, mas, se sair de casa às 7 h 55 m, já chega atrasada às aulas.

- 3.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolva o seguinte problema: *Até que horas pode a Maria sair de casa, de modo a não chegar atrasada às aulas?*

A sua resolução deve incluir:

- uma explicação de que, para que a Maria não chegue atrasada às aulas, é necessário que $t + d(t) \leq 60$
- o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora
- a resposta ao problema em horas e minutos (minutos arredondados às unidades)

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 50 pontos

Cada resposta certa 10 pontos
Cada resposta errada..... 0 pontos
Cada item não respondido ou anulado 0 pontos

Grupo II 150 pontos

1. 40 pontos

1.1. 20 pontos

1.2. 20 pontos

2. 65 pontos

2.1. 20 pontos

2.2. 20 pontos

2.3. 25 pontos

3. 45 pontos

3.1. 20 pontos

3.2. 25 pontos

TOTAL 200 pontos