



Teste Intermédio

Matemática A

Versão 2

Duração do Teste: 90 minutos | 06.03.2013

11.º Ano de Escolaridade

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	10 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
4.	10 pontos
5.	10 pontos
		50 pontos

GRUPO II

1.		
1.1.		
1.1.1.	5 pontos
1.1.2.	5 pontos
1.2.		
1.2.1.	20 pontos
1.2.2.	20 pontos
2.		
2.1.		
2.1.1.	10 pontos
2.1.2.	10 pontos
2.1.3.	10 pontos
2.2.	20 pontos
3.		
3.1.	15 pontos
3.2.	20 pontos
4.	15 pontos
		150 pontos
TOTAL		200 pontos

A classificação do teste deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto na grelha de classificação.

A ausência de indicação inequívoca da versão (Versão 1 ou Versão 2) implica a classificação com zero pontos de todas as respostas aos itens de escolha múltipla.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o aluno responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação dos testes, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias num mesmo teste.

Itens de seleção

ESCOLHA MÚLTIPLA

A cotação total do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a única opção correta.

São classificadas com zero pontos as respostas em que seja assinalada:

- uma opção incorreta;
- mais do que uma opção.

Não há lugar a classificações intermédias.

Itens de construção

Os critérios de classificação das respostas aos itens de construção apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

No item de composição, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea do desempenho no domínio específico da disciplina e no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação do desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa faz-se de acordo com os níveis a seguir apresentados.

Níveis	Descritores
3	Texto bem estruturado e linguisticamente correto*, ou com falhas esporádicas que não afetem a inteligibilidade do discurso.
2	Texto bem estruturado, mas com incorreções linguísticas que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso. OU Texto linguisticamente correto, mas com deficiências de estruturação que conduzam a alguma perda de inteligibilidade do discurso.
1	Texto com deficiências de estruturação e com incorreções linguísticas, embora globalmente inteligível.

* Por «texto linguisticamente correto» entende-se um texto correto nos planos da sintaxe, da pontuação e da ortografia.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Na resposta aos itens de construção, caso o aluno apresente elementos em excesso face ao solicitado e tais elementos piorem a consistência da resposta e/ou afetem a caracterização do desempenho, a resposta deve ser classificada com zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às diferentes etapas, à qual se subtrai, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 20.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível. A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos, se ocorrer um erro ocasional num cálculo, e/ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.

Situação	Classificação
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo aluno. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Apresentação apenas do resultado final, se a resolução do item exige cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa que não envolva cálculos e/ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
9. Transposição incorreta de dados do enunciado que não altera o que se pretende avaliar com o item.	Se o grau de dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se o grau de dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade diminuir, a pontuação máxima a atribuir a esta(s) etapa(s) deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista; – na(s) etapa(s) em que o grau de dificuldade não diminuir, esta(s) deve(m) ser pontuada(s) de acordo com os critérios específicos de classificação.
10. Transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se o grau de dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido: – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
11. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo na resolução de uma etapa.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p> <p>As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	<p>Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.</p>
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.</p>
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
16. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
17. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	<p>A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.</p>
19. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	<p>A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação total para ela prevista.</p>
20. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a 5. (5 × 10 pontos)..... **50 pontos**

As respostas corretas são as seguintes.

Itens	1	2	3	4	5
Respostas	D	C	C	D	B

GRUPO II

1.1.1. **5 pontos**

Responder -1 5 pontos

1.1.2. **5 pontos**

Responder -1 5 pontos

1.2.1. **20 pontos**

Escrever $f(x) \leq \frac{2-x}{x+3} \Leftrightarrow \frac{5-x}{x-3} \leq \frac{2-x}{x+3}$ 1 ponto

Escrever $\frac{5-x}{x-3} \leq \frac{2-x}{x+3} \Leftrightarrow \frac{5-x}{x-3} - \frac{2-x}{x+3} \leq 0$ 1 ponto

Escrever $\frac{5-x}{x-3} - \frac{2-x}{x+3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(5-x)(x+3) - (2-x)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \leq 0$ 3 pontos

Escrever $\frac{(5-x)(x+3) - (2-x)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-3x+21}{x^2-9} \leq 0$ 5 pontos

Calcular o zero do numerador 1 ponto

Calcular os zeros do denominador 2 pontos

Elaborar um quadro de sinais 5 pontos

Apresentar o conjunto solução 2 pontos

1.2.2. **20 pontos**

Escrever $(f \circ g)(x) = x \Leftrightarrow \frac{5-x^3}{x^3-3} = x$ (**ver notas 1 e 2**) 5 pontos

Reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções numa janela que permita visualizar os pontos relevantes (**ver notas 3 e 4**) 7 pontos

Assinalar os pontos relevantes (2 + 2)..... 4 pontos

Apresentar as soluções da equação $(f \circ g)(x) = x$ (2 + 2) 4 pontos

Notas:

1. Se o aluno não explicitar esta equivalência, mas, através do(s) gráfico(s) apresentado(s), for evidente que a considerou, a pontuação prevista para esta etapa deve ser atribuída.
2. Se o aluno escrever $\frac{5-x^3}{x^3-3} = x \Leftrightarrow 5-x^3 = x^4-3x$ e não referir que esta equivalência é válida para $x \neq \sqrt[3]{3}$, a pontuação a atribuir, nesta etapa, deve ser desvalorizada em 1 ponto.
3. Se o aluno não apresentar o referencial, a pontuação a atribuir, nesta etapa, deve ser desvalorizada em 1 ponto.
4. Se o aluno não identificar o(s) gráfico(s), a pontuação a atribuir, nesta etapa, deve ser desvalorizada em 1 ponto.

2.1.1. **10 pontos**

Identificar o vetor \overrightarrow{FG} como vetor normal ao plano FAD 3 pontos

Escrever a equação $3x - 6y + 2z + d = 0$ (ou equivalente) 3 pontos

Determinar o valor de d 3 pontos

Escrever a equação $3x - 6y + 2z + 23 = 0$ 1 ponto

2.1.2. **10 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Escreve $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+4}{2}$ (ou equivalente) 10 pontos

Escreve uma condição cartesiana de uma reta que passe num ponto da reta GF e que não tenha a direção da reta GF

OU

Escreve uma condição cartesiana de uma reta estritamente paralela à reta GF . 5 pontos

Dá outra resposta 0 pontos

2.1.3. **10 pontos**

Determinar o quadrado do raio 5 pontos

Escrever a condição $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 49$ (**ver nota**)..... 5 pontos

Nota – A escrita de 7, em vez de 49, implica uma desvalorização de 2 pontos; a escrita do símbolo \leq , em vez de $=$, implica uma desvalorização de 2 pontos.

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

- Reconhecer que o ponto E é o ponto de intersecção da reta EF com o plano HCD 1 ponto
- Concluir que $(x,y,z) = (1,3,-4) + k(6,2,-3), k \in \mathbb{R}$ é uma equação vetorial da reta EF 6 pontos
- Concluir que qualquer ponto da reta EF tem coordenadas da forma $(1 + 6k, 3 + 2k, -4 - 3k)$, sendo k um número real 4 pontos
- Escrever $6(1 + 6k) + 2(3 + 2k) - 3(-4 - 3k) + 25 = 0$ 5 pontos
- Resolver a equação $6(1 + 6k) + 2(3 + 2k) - 3(-4 - 3k) + 25 = 0$ 2 pontos
- Obter as coordenadas do ponto E 2 pontos

2.º Processo

- Reconhecer que o ponto E é o ponto de intersecção da reta EF com o plano HCD 1 ponto
- Escrever uma condição cartesiana da reta EF 6 pontos
- Escrever o sistema $\begin{cases} 6x + 2y - 3z + 25 = 0 \\ \frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+4}{-3} \end{cases}$ (ou equivalente) 4 pontos
- Resolver o sistema 8 pontos
 - Determinar o valor de uma incógnita 6 pontos
 - Obter uma equação com uma incógnita 4 pontos
 - Obter o valor dessa incógnita 2 pontos
 - Obter a solução do sistema 2 pontos
- Indicar as coordenadas do ponto E 1 ponto

3.º Processo

- Reconhecer que o vetor \vec{u} de coordenadas $(6, 2, -3)$ é colinear com o vetor \vec{FE} 6 pontos
- Referir que $\|(6,2,-3)\| = \|\vec{FE}\|$ 2 pontos
- Escrever $E = F + (-\vec{u})$ (**ver nota**) 8 pontos
- Obter as coordenadas do ponto E 4 pontos

Nota – Se o aluno escrever $E = F + \vec{u}$, a pontuação máxima a atribuir a esta etapa é 3 pontos.

3.1. 15 pontos

- Identificar a área do trapézio com $\frac{PR + OQ}{2} \times \overline{QR}$ 1 ponto
- Reconhecer que as coordenadas do ponto P são $(\cos \alpha, \sin \alpha)$ 3 pontos
- Escrever $\overline{OQ} = -\cos \alpha$ 3 pontos
- Escrever $\overline{PR} = -2 \cos \alpha$ 2 pontos
- Escrever $\overline{QR} = \sin \alpha$ 3 pontos
- Concluir que a área do trapézio é dada por $\frac{-2 \cos \alpha + (-\cos \alpha)}{2} \times \sin \alpha$ 2 pontos
- Obter a expressão $-\frac{3}{2} \sin \alpha \cos \alpha$ 1 ponto

3.2. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

- Concluir que $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{15}$ 4 pontos
- Escrever $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Escrever $\left(-\frac{8}{15}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ (ou equivalente) 2 pontos
- Obter $\cos^2 \alpha$ 4 pontos
- Obter $\cos \alpha$ (**ver nota**) 3 pontos
- Obter $\sin \alpha$ 3 pontos
- Obter a área pedida 2 pontos

Nota – Se o aluno concluir que $\cos \alpha = \frac{15}{17}$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

2.º Processo

- Escrever a equação reduzida da reta OP 4 pontos
- Escrever o sistema $\begin{cases} y = -\frac{8}{15}x \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 3 pontos
- Resolver o sistema $\begin{cases} y = -\frac{8}{15}x \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ 5 pontos
- Concluir que o ponto P tem coordenadas $\left(-\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$ 3 pontos
- Concluir que a área pedida é igual a $\frac{2 \times \frac{15}{17} + \frac{15}{17}}{2} \times \frac{8}{17}$ 3 pontos
- Obter a área pedida 2 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

- Escrever $\vec{EC} \cdot \vec{CD} = \|\vec{EC}\| \times \|\vec{CD}\| \times \cos(\widehat{EC \ CD})$ 2 pontos
- Reconhecer que $\|\vec{CD}\| = 8$ 1 ponto
- Determinar \vec{EB} 2 pontos
- Determinar $\|\vec{EC}\|$ 3 pontos
- Escrever $\cos(\widehat{EC \ CD}) = -\cos(\widehat{CE \ CD})$ 2 pontos
- Reconhecer que $\cos(\widehat{CE \ CD}) = \cos(\widehat{CEB})$ 1 ponto
- Determinar $\cos(\widehat{CEB})$ 3 pontos
- Obter o valor de $\vec{EC} \cdot \vec{CD}$ 1 ponto

2.º Processo

- Considerar um referencial o.n. xOy do plano que permita resolver o problema usando coordenadas 3 pontos
- Determinar \vec{EB} 2 pontos
- Escrever as coordenadas dos pontos C, D e E (1 + 1 + 1)..... 3 pontos
- Determinar as coordenadas de \vec{EC} 2 pontos
- Determinar as coordenadas de \vec{CD} 2 pontos
- Obter o valor de $\vec{EC} \cdot \vec{CD}$ 3 pontos

3.º Processo

- Escrever $\vec{EC} = \vec{EB} + \vec{BC}$ 2 pontos
- Escrever $\vec{EC} \cdot \vec{CD} = (\vec{EB} + \vec{BC}) \cdot \vec{CD}$ 1 ponto
- Escrever $(\vec{EB} + \vec{BC}) \cdot \vec{CD} = \vec{EB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{CD}$ 2 pontos
- Concluir que $\vec{BC} \cdot \vec{CD} = 0$ 2 pontos
- Escrever $\vec{EB} \cdot \vec{CD} = \|\vec{EB}\| \times \|\vec{CD}\| \times \cos(\widehat{EB \ CD})$ 2 pontos
- Concluir que $\cos(\widehat{EB \ CD}) = -1$ 2 pontos
- Reconhecer que $\|\vec{CD}\| = 8$ 1 ponto
- Determinar $\|\vec{EB}\|$ 2 pontos
- Obter o valor de $\vec{EC} \cdot \vec{CD}$ 1 ponto