gabinete de avaliação educacional

Ministério da Educação

TESTE INTERMÉDIO

11.º Ano de Escolaridade

(Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março)

Duração da Prova: **90 minutos** 19/Maio/2006

MATEMÁTICA B

VERSÃO 1

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão da prova.

A ausência desta indicação implicará a anulação da prova.

A prova é constituída por três itens de resposta aberta, subdivididos em alíneas, num total de seis.

Em todas as questões da prova, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Apresente uma única resposta a cada item. Se escrever mais do que uma resposta, deve indicar de forma inequívoca a que pretende que seja classificada (riscando todas as que pretende anular).

Sempre que, na resolução de um problema, recorrer à sua calculadora, apresente todos os elementos recolhidos na sua utilização. Mais precisamente:

• sempre que recorrer às capacidades gráficas da sua calculadora, apresente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como coordenadas de pontos relevantes para a resolução do problema proposto (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos, mínimos, etc.);

• sempre que recorrer a uma tabela obtida na sua calculadora, apresente todas as linhas da tabela relevantes para a resolução do problema proposto.

1. A Anabela espremeu várias laranjas e obteve três litros de sumo de laranja, para um lanche que vai oferecer aos amigos.

Para que a quantidade de bebida seja suficiente, a Anabela vai juntar água aos três litros de sumo de laranja obtidos.

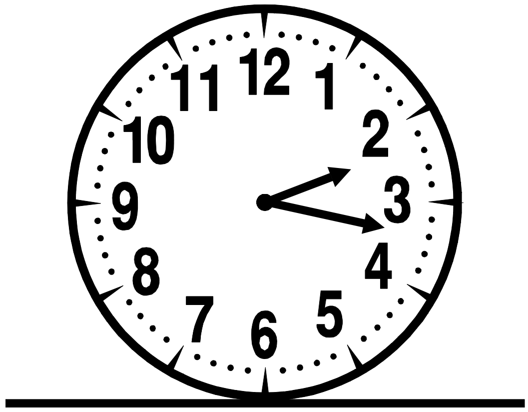
Admita que o sumo de laranja puro, ou seja, acabado de espremer, já contém 92% de água.

1.1. Designando por x a quantidade (em litros) de água que vai ser acrescentada aos três litros de sumo de laranja puro, justifique que a percentagem de água existente na bebida que a Anabela vai oferecer aos amigos é dada por

$$\frac{100\,x+276}{x+3}$$

1.2. Qual é a quantidade máxima de água que a Anabela pode acrescentar aos três litros de sumo de laranja puro, de tal modo que a sua bebida não tenha mais de 97% de água? Apresente o resultado em litros.

2. Na figura está representado um relógio de uma estação de caminho de ferro.
O mostrador é um círculo e está apoiado numa barra.



Sabe-se que, t segundos após as zero horas,

- a distância (em metros), da extremidade do ponteiro das horas à barra, é dada por

$$h(t) = 1 + \frac{5}{10}\cos\left(\frac{\pi}{21\,600}\,t\right)$$

- a distância (em metros), da extremidade do ponteiro dos minutos à barra, é dada por

$$m(t) = 1 + \frac{7}{10}\cos\left(\frac{\pi}{1\,800}\,t\right)$$

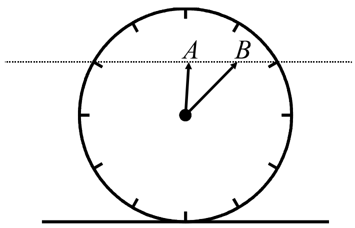
Nota: tanto em h como em m, o argumento da função co-seno está expresso em radianos.

2.1. Verifique que o ponteiro dos minutos tem mais $20\,cm$ do que o ponteiro das horas.

2.2. Mostre que $3\,600$ é período da função m e interprete este valor no contexto da situação apresentada.

2.3. Seja A a extremidade do ponteiro das horas e seja B a extremidade do ponteiro dos minutos.

Tal como a figura junta ilustra, passado pouco tempo das zero horas, a recta AB é paralela à barra na qual o relógio está apoiado.



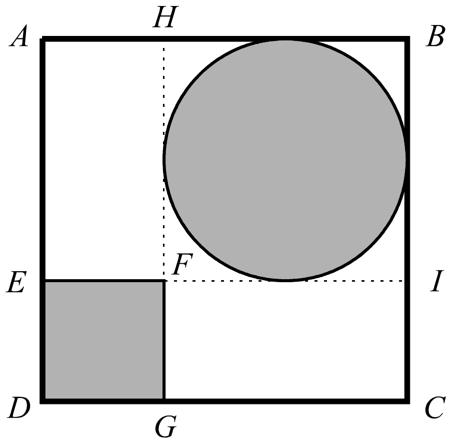
Pouco antes da 1 hora (da manhã), há outro instante em que isso acontece. Determine-o, apresentando o resultado em horas, minutos e segundos (segundos arredondados às unidades).

Sugestão: equacione o problema e, recorrendo à sua calculadora, resolva graficamente a equação obtida.

3. Na figura está o primeiro esboço de um logotipo que o João está a construir para o Clube de Matemática da sua escola.

Dentro do quadrado $[ABCD]$ estão representados, a sombreado, um círculo e um quadrado $[DEFG]$, nos quais vão ser colocados desenhos alusivos a jogos matemáticos.

Na região branca, ou seja, não sombreada, vão ser colocados símbolos matemáticos e texto.



Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 1$
- o círculo está inscrito no quadrado $[FHBI]$

Designando por x o lado do quadrado $[DEFG]$, determine o valor de x para o qual a área da região branca é máxima.

Apresente o valor pedido, arredondado às centésimas.

Percorra sucessivamente as seguintes etapas:

- *exprima, em função de x,*
  - a área do quadrado sombreado,
  - o raio do círculo sombreado,
  - a área do círculo sombreado,
  - a área da região sombreada,
  - a área da região branca;
- *recorrendo à sua calculadora, determine o valor pedido.*

FIM

COTAÇÕES

1. 60

1.1. 30

1.2. 30

2. 90

2.1. 30

2.2. 30

2.3. 30

3. 50

TOTAL 200