

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos de Carácter Geral e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 90 min + 30 min de tolerância
1997

1.ª FASE
2.ª CHAMADA

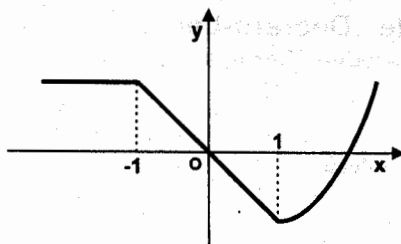
PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

I

Para cada uma das nove questões deste grupo, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e **escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde**. Não apresente cálculos. Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. Cotação: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

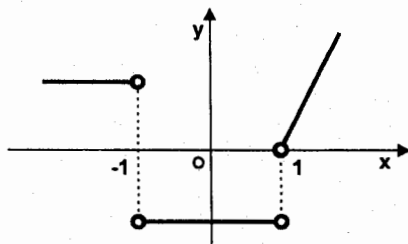
1. Uma função real de variável real f é tal que $f(x) = f'(x)$, para qualquer número real x .
Indique qual das seguintes expressões pode definir a função f :
- (A) $3x^2$ (B) $\text{sen } x$ (C) e^{5x} (D) $2e^x$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^5 e^{-x})$ é
- (A) $-\infty$ (B) 0 (C) 2 (D) $+\infty$
3. Indique qual dos seguintes conjuntos de pontos, em referencial o.n. xOy , é sempre o gráfico de uma função real de variável real $f : x \rightarrow y$
- (A) Uma recta paralela ao eixo Oy (B) Uma recta paralela ao eixo Ox
(C) Uma parábola (D) Uma elipse

4. Se a representação gráfica de uma função g é

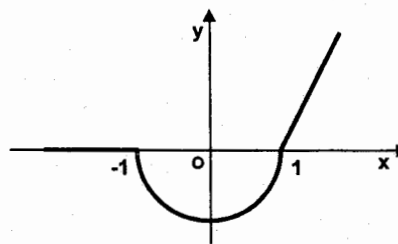


então a representação gráfica de g' pode ser

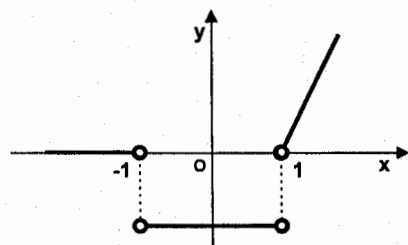
(A)



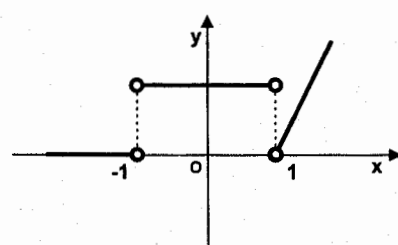
(B)



(C)



(D)



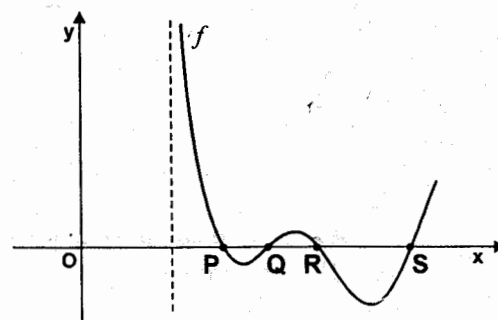
5.

Na figura ao lado pode observar-se parte da representação gráfica da função f definida por

$$f(x) = \cos(\pi x) \cdot \ln(x - 1)$$

Os pontos P , Q , R e S são pontos de intersecção do gráfico da função f com o eixo das abcissas.

A abcissa do ponto P é



(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

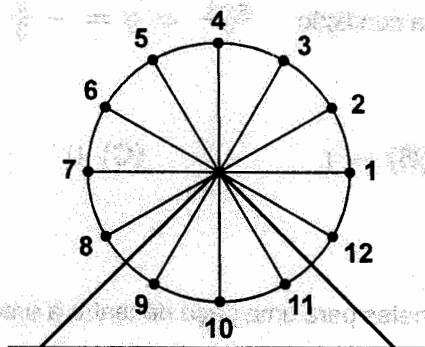
6. Considere, num referencial o.n. xOy , a elipse de focos $(-3, 0)$ e $(3, 0)$, a que pertence o ponto $(0, 4)$. Um outro ponto que pertence à elipse é
- (A) $(5, 0)$ (B) $(3, 4)$ (C) $(4, 0)$ (D) $(0, -5)$
7. Num referencial o. n. $Oxyz$, as rectas AB e r são paralelas. O vector \overrightarrow{AB} tem coordenadas $(-2, m, 3)$. A recta r é definida pela condição $\frac{x-1}{2} = y = -\frac{z}{3}$. O valor de m é
- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) -1 (C) 0 (D) 1
8. Foram oferecidos dez bilhetes para uma peça de teatro a uma turma com doze rapazes e oito raparigas. Ficou decidido que o grupo, que vai ao teatro, é formado por cinco rapazes e cinco raparigas. De quantas maneiras diferentes se pode formar este grupo?
- (A) ${}^{12}C_5 \times {}^8C_5$ (B) ${}^{12}A_5 \times {}^8A_5$
- (C) $12 \times 8 \times 5^2$ (D) $\frac{12! \times 8!}{5!}$
9. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por quatro algarismos, por uma certa ordem. Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual é a probabilidade de o código ter exactamente três zeros?
- (A) $0,0004$ (B) $0,0027$ (C) $0,0036$ (D) $0,004$

Nas questões dos grupos II e III, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

II

1. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma (ver figura abaixo). Seis raparigas e seis rapazes vão andar na roda gigante e sorteiam entre si os lugares que vão ocupar.

Qual é a probabilidade de rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente, isto é, cada rapaz entre duas raparigas e cada rapariga entre dois rapazes? Apresente o resultado na forma de percentagem.



2. Depois de toda a gente estar sentada nas respectivas cadeiras, a roda gigante começa a girar. Um dos rapazes, o Manuel, ficou sentado na cadeira número 1. No instante em que a roda gigante começa a girar, a cadeira 1 está na posição indicada na figura acima.

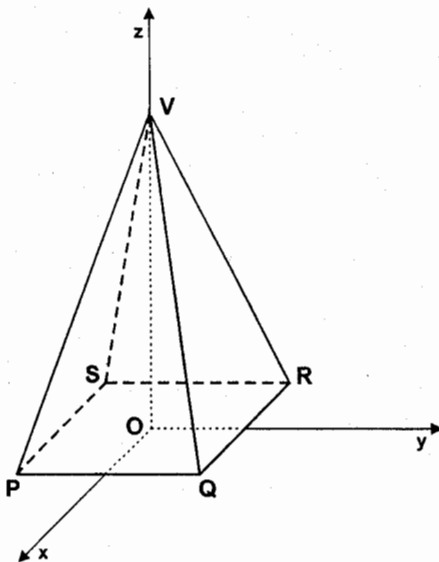
Admita que a distância, em metros, da cadeira 1 ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por

$$d(t) = 7 + 5 \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{30} \right)$$

- Determine a distância a que a cadeira número 1 se encontra do solo no instante em que a roda gigante começa a girar.
- Esboce o gráfico da função d , para $t \in [0, 75]$.
Assinale as coordenadas dos pontos correspondentes aos extremos da função.
Da análise do gráfico, indique quanto tempo demora o Manuel a dar uma volta completa.
- Resolva a equação $d(t) = 9,5$ para $t \in [0, 75]$.
Indique, justificando, quanto tempo demora o Manuel a encontrar-se pela primeira vez a uma distância de 9,5 metros do solo, depois da roda gigante ter começado a girar.
- Indique, justificando, qual é o comprimento do raio da roda gigante.

III

Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide regular de base quadrada (ver figura abaixo). O vértice V da pirâmide pertence ao semi-eixo positivo Oz . A base da pirâmide está contida no plano xOy . A aresta $[PQ]$ é paralela ao eixo Oy . O ponto Q tem coordenadas $(2, 2, 0)$.



- a) Sabendo que, na unidade considerada, o volume da pirâmide é igual a 32 , mostre que o vértice V tem coordenadas $(0, 0, 6)$.

$$\text{Volume da Pirâmide} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

- b) Mostre que o plano QRV pode ser definido pela equação $3y + z = 6$.
- c) Determine uma condição que defina a recta que passa na origem do referencial e é perpendicular ao plano QRV .
- d) Justifique que a intersecção da aresta $[QV]$ com o plano de equação $z = 3$ é o ponto $M(1, 1, 3)$.
Determine a área da secção produzida na pirâmide por esse plano.

FIM

COTAÇÕES

GRUPO I	81
GRUPO II	67
1	20
2	47
a)	5
b)	18
c)	16
d)	8
GRUPO III	52
a)	10
b)	12
c)	10
d)	20
TOTAL	200

NOTA: Grupo I (escolha múltipla)

Cada resposta certa	+9
Cada resposta errada.....	-3
Cada questão não respondida ou anulada	0

PONTO 135/C