

EXAME NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

12.º Ano de Escolaridade (Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto)
Cursos Gerais e Cursos Tecnológicos

Duração da prova: 120 minutos
1998

1.ª FASE
1.ª CHAMADA

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

COTAÇÕES

Primeira Parte 81

Cada questão certa +9
Cada questão errada - 3
Cada questão não respondida ou anulada 0

Nota: um total negativo nesta parte da prova vale 0 (zero) pontos.

Segunda Parte 119

1 22

a) 11
b) 11

2 39

a) 12
b) 12
c) 15

3 22

a) 10
b) 12

4 36

a) 12
b) 12
c) 12

TOTAL 200

V.S.F.F.

135/C/1

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

Primeira Parte

Se o examinando transcrever letras correspondentes às duas versões da prova, a cotação desta primeira parte será zero.

Deverão ser anuladas todas as questões com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todas as questões em que o examinando dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

Questões	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Versão 1	D	A	D	D	C	A	D	C	B
Versão 2	G	H	F	F	E	G	F	F	G

Na tabela seguinte indicam-se os pontos a atribuir nesta primeira parte em função do número de respostas certas e do número de respostas erradas.

Resp. erradas Resp. certas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	9	6	3	0	0	0	0	0	0	
2	18	15	12	9	6	3	0	0		
3	27	24	21	18	15	12	9			
4	36	33	30	27	24	21				
5	45	42	39	36	33					
6	54	51	48	45						
7	63	60	57							
8	72	69								
9	81									

Segunda Parte

Critérios gerais

A cotação a atribuir a cada alínea deverá ser sempre um número inteiro de pontos.

O professor deverá valorizar o raciocínio do examinando em todas as questões.

Algumas questões da prova podem ser correctamente resolvidas por mais do que um processo. Sempre que um examinando utilizar um processo de resolução não contemplado nestes critérios, caberá ao professor corrector adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas.

Pode acontecer que um examinando, ao resolver uma questão, não explicitar todos os passos previstos nas distribuições apresentadas nestes critérios. Todos os passos não expressos pelo examinando, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam implícitos na resolução da questão, devem receber a cotação indicada.

Erros de contas ocasionais, que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade da questão, não devem ser penalizados em mais de dois pontos.

Critérios específicos

1.
a)..... 11

Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos diferentes:

1.º Processo

Utilizar a propriedade do logaritmo do produto4
 Utilizar a propriedade do logaritmo da potência 4
 $\log_2 8 = 3$ 2
 Restante simplificação 1

2.º Processo

Utilizar a propriedade da diferença de logaritmos 4
 Simplificar a fracção 1
 Utilizar a propriedade do logaritmo do produto 4
 $\log_2 8 = 3$ 2

b)..... 11

Equacionar o problema ($3 + \log_2 x = 8$)4
 Resolver a equação 7

$3 + \log_2 x = 8$
 $\Leftrightarrow \log_2 x = 5$ 1
 $\Leftrightarrow x = 2^5$ 5
 $\Leftrightarrow x = 32$ 1

2.
a)..... 12

Mostrar que $\overline{PA} = \frac{4}{\cos x}$ 3

$\cos x = \frac{MA}{PA} = \frac{4}{PA}$ 2

Conclusão 1

Mostrar que $\overline{FP} = 4 - 4 \operatorname{tg} x$ 4

$\operatorname{tg} x = \frac{PM}{MA} = \frac{PM}{4}$ 2

$\overline{PM} = 4 \operatorname{tg} x$ 1

Conclusão 1

Comprimento total de canalização = $4 - 4 \operatorname{tg} x + 2 \times \frac{4}{\cos x}$ 2

Comprimento total de canalização = $4 + \frac{8 - 4 \operatorname{sen} x}{\cos x}$ 3

V.S.F.F.

135/C/3

b).....	12
$g(0) = 12$	5
$\text{sen } 0 = 0$	2
$\text{cos } 0 = 1$	2
Restantes cálculos.....	1

Interpretação do resultado..... 7

A colação a atribuir à interpretação do resultado deverá ser tanto maior quanto melhor descrever a situação. Seguem-se três exemplos de respostas possíveis, que correspondem a níveis diferentes de interpretação, e respectiva cotação:

- "Quando $x = 0$, a canalização tem 12 km de comprimento"..... 3
- "Quando $x = 0$, a canalização tem a forma \perp "..... 5
- "Quando $x = 0$, a canalização tem a forma \perp , pelo que o seu comprimento (sendo $\overline{FM} + \overline{AB}$) é 12 km"..... 7

c).....	15
---------	----

Determinar g' 5

$$g'(x) = \frac{-4 \cos x \cos x + \text{sen } x (8 - 4 \text{sen } x)}{\cos^2 x} \dots\dots\dots 2$$

$$g'(x) = \frac{-4 + 8 \text{sen } x}{\cos^2 x} \dots\dots\dots 3$$

Determinar o zero de g' 5

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -4 + 8 \text{sen } x = 0 \dots\dots\dots 2$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \text{sen } x = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 1$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \dots\dots\dots 2$$

Mostrar que $\frac{\pi}{6}$ é o valor de x para o qual g toma o seu valor mínimo 5

Nota 1: o examinando pode mostrar que $\frac{\pi}{6}$ é o valor de x para o qual a função g toma o seu valor mínimo por, pelo menos, dois processos:

1. Através do estudo da variação do sinal de g' (que pode ser apresentado por meio de um quadro).
2. Através do esboço do gráfico da função, o qual pode ser obtido com recurso à calculadora gráfica. Neste caso, o examinando deverá apresentar uma justificação do tipo da que se segue: "Da análise do gráfico, verifica-se que g é decrescente de 0 até um certo ponto, onde g toma o seu valor mínimo, e depois é crescente desse ponto até $\frac{\pi}{4}$. Logo, o único valor que anula g' é necessariamente o ponto onde g toma o seu valor mínimo".

Nota 2: o examinando, com recurso à calculadora gráfica, poderá apresentar uma resolução (incompleta) baseada na análise do gráfico da função. Mais precisamente, o examinando poderá:

- * verificar que g é decrescente de 0 até um certo ponto, onde g toma um valor mínimo, e depois é crescente desse ponto até $\frac{\pi}{4}$;
- * utilizar, por exemplo, a função zoom da calculadora para encontrar um valor aproximado do pedido.

Nesta situação, a colação máxima a atribuir é de 7 pontos e deverá ter em conta a descrição do processo de utilização da calculadora e o grau de precisão do valor apresentado (note-se que $\frac{\pi}{6} \approx 0,5236$).

3. a)..... 10

Uma comissão é um conjunto formado por quatro raparigas e três rapazes, sendo um destes o delegado de turma. O número de comissões é, então, o número de maneiras de reunir quatro raparigas, escolhidas de entre quinze, com dois rapazes, escolhidos de entre onze.

Número de maneiras de escolher as raparigas = C_4^{15}	2
Número de maneiras de escolher os rapazes = C_2^{11}	3
Número total de comissões = $C_4^{15} \times C_2^{11}$	3
Número total de comissões = $1365 \times 55 = 75\,075$	2

b)..... 12

A probabilidade pedida pode ser obtida por, pelo menos, três processos diferentes, consoante o modelo adoptado para formar o espaço de acontecimentos.

1.º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras dos sete membros da comissão se disporem em fila uns ao lado dos outros.

Número de casos possíveis = $7!$	4
Número de casos favoráveis = $4 \times 4! \times 3!$	6
Probabilidade pedida = $\frac{4 \times 4! \times 3!}{7!}$	1
Probabilidade pedida $\approx 0,114$	1

2.º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras das raparigas ocuparem quatro dos sete lugares da fila.

Número de casos possíveis = A_4^7	5
Número de casos favoráveis = $4 \times 4!$	5
Probabilidade pedida = $\frac{4 \times 4!}{A_4^7}$	1
Probabilidade pedida $\approx 0,114$	1

3.º Processo

O espaço de acontecimentos é o conjunto de maneiras de escolher quatro de sete lugares (os lugares onde ficam as raparigas).

Número de casos possíveis = C_4^7	5
Número de casos favoráveis = 4	5
Probabilidade pedida = $\frac{4}{C_4^7}$	1
Probabilidade pedida $\approx 0,114$	1

V.S.F.F.

135/C/5

4.		
a)	12
	Justificar que $\overline{UQ} = 6$	4
	Justificar que $\overline{UV} = 3\sqrt{6}$	8
	Esta justificação pode ser feita por, pelo menos, dois processos:	
	1.º Processo	
	(através da determinação da distância de U a V):	
	Indicar as coordenadas de U	4
	Determinar a distância de U a V	4
	2.º Processo	
	(através do Teorema de Pitágoras):	
	Determinar \overline{US}	3
	Determinar \overline{UM}	1
	Determinar \overline{UV}	4

b)	12
	Obter uma condição que defina a recta UV	6
	Obter as coordenadas do ponto de intersecção da recta com o plano	6

c)	12
	Este exercício pode ser resolvido por, pelo menos, três processos:	
	1.º Processo	
	Concluir que o volume do sólido da figura é $4/3$ do volume do cubo.....	4
	Concluir que o volume da parte do sólido que se situa abaixo do plano secante tem de ser $2/3$ do volume do cubo.....	4
	Concluir que a cota pedida é 4	4
	2.º Processo	
	Concluir que o volume do sólido da figura é 288	2
	Concluir que o volume da parte do sólido que se situa abaixo do plano secante tem de ser 144.....	4
	Concluir que a cota pedida é 4	6
	3.º Processo	
	Equacionar o problema: $36z = 72 + 36(6 - z)$	10
	Resolver a equação.....	2