EXAME 135 VERSÃO 1 05/09/2001

Grupo I

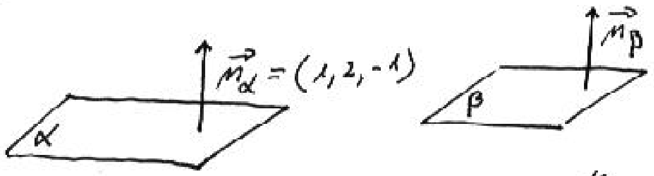
1) Ver exame 435 → C

2) Ver exame 435 → D

3) Ver exame 435 → A

4) Ver exame 435 → B

5)



Como α e β são paralelos, $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_\beta$

Como β contém o ponto $(0,1,2)$, temos:

β: $1x + 2y - z + d = 0$ Como $(0,1,2) \in \beta$,

$1 \times 0 + 2 \times 1 - 2 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$, Logo,

β: $\boxed{x + 2y - z = 0} \Leftrightarrow -x - 2y + z = 0$ C

6) A recta r é vertical porque o seu vector director é (0,0,1), e passa no ponto T, isto é, a recta r coincide com a recta TP. O plano OUV contém o ponto P. Então, a intersecção de r com OUV é o ponto P. A

7) B

8) Ver exame 435 → C

9) Ver exame 435 → B

GRUPO II

1.1 Ver 2.1 do exame 435

1.2 Ver 2.2 do exame 435

2.1 Ver 3.1 do exame 435

2.2 Ver 3.2 do exame 435

2.3 Ver 3.3 do exame 435

3.1 Ver 5.1 do exame 435

3.2 Ver 5.2.1 do exame 435

4.1) Vector director da recta: $\vec{u} = (1,1,1)$

$\vec{CA} = (-1, 0, 1)$ $\qquad \vec{n} = (a, b, c)$ e $\vec{n} \perp \vec{CA}$ e $\vec{n} \perp \vec{CD}$

$\vec{CD} = (-1, 1, 0)$

então $\begin{cases} (a,b,c).(-1,0,1) = 0 \\ (a,b,c).(-1,1,0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + c = 0 \\ -a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ a = b \end{cases}$

Nota:
$\vec{n}$ é um vector normal ao plano ACD.

Para $a = 1$, temos
$\vec{n} = (1,1,1)$

Concluímos então que $\vec{n} = 1 . \vec{u}$, isto é, $\vec{n}$ e $\vec{u}$ são colineares, logo a recta é perpendicular ao plano

4.2 O centro da esfera coincidirá com o centro do octaedro que tem coordenadas $(1,1,1)$.
Para determinar o raio da esfera basta calcular a distância do centro a um dos vértices, por exemplo, ao vértice A.

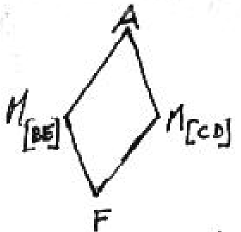
$$r = \sqrt{(1-1)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2} = 1$$

$$\boxed{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1}$$

4.3 O plano definido por Oz e pelo ponto A bissecta o 1.º Octante
A secção definida no sólido por esse plano é um losango de diagonal maior [AF] e diagonal menor igual ao segmento definido pelos pontos médios das arestas [BE] e [CD].

$B(1,0,1)$; $E(0,1,1)$

$M_{[BE]} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$



$C(2,1,1)$; $D(1,2,1)$

$M_{[CD]} = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\right)$

Lado do Losango $= \overline{M_{[BE]}A} = \sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + (2-1)^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Perímetro $= 4\sqrt{\frac{3}{2}}$