EXAME 2014 – 2.ª FASE, VERSÃO 1 – PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

GRUPO I – ITENS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Tem-se que A e B são independentes, portanto, $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$. Assim:

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0{,}48\Leftrightarrow P\left(\overline{A\cup B}\right)=0{,}48\Leftrightarrow 1-P(A\cup B)=0{,}48\Leftrightarrow 0{,}52=P(A\cup B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}52=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Leftrightarrow 0{,}52=0{,}4+P(B)-P(A)\times P(B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}12=P(B)-0{,}4\times P(B)\Leftrightarrow 0{,}12=0{,}6\times P(B)\Leftrightarrow P(B)=\frac{0{,}12}{0{,}6}\Leftrightarrow P(B)=0{,}2$$

Outra Resolução: Tem-se que $P(A)=0{,}4\Leftrightarrow 1-P\left(\overline{A}\right)=0{,}4\Leftrightarrow P\left(\overline{A}\right)=0{,}6$. Se A e B são independentes, então $\overline{A}$ e $\overline{B}$ também o são, portanto, $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right)\times P\left(\overline{B}\right)$. Assim:

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0{,}48\Leftrightarrow P\left(\overline{A}\right)\times P\left(\overline{B}\right)=0{,}48\Leftrightarrow 0{,}6\times P\left(\overline{B}\right)=0{,}48\Leftrightarrow P\left(\overline{B}\right)=\frac{0{,}48}{0{,}6}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1-P(B)=0{,}8\Leftrightarrow P(B)=0{,}2$$

Resposta: C

2. O número de casos possíveis é ${}^{6}C_{3}$, dos seis vértices, escolhem-se três. Para que os três vértices escolhidos formem um plano paralelo ao plano de equação $z=5$, tem-se de escolher três dos quatro vértices contidos no plano xOy (plano de equação $z=0$). Logo, o número de casos favoráveis é ${}^{4}C_{3}$ e a probabilidade pedida é $\frac{{}^{4}C_{3}}{{}^{6}C_{3}}=\frac{4}{{}^{6}C_{3}}$.

Resposta: B

3. Um termo do desenvolvimento do binómio $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$ é dado por ${}^{10}C_{p}\times\left(\frac{2}{x}\right)^{10-p}\times x^{p}$, com $0\leq p\leq 10$ e $p\in\mathbb{N}_0$.

Assim:

$${}^{10}C_{p}\times\left(\frac{2}{x}\right)^{10-p}\times x^{p}={}^{10}C_{p}\times\frac{2^{10-p}}{x^{10-p}}\times x^{p}={}^{10}C_{p}\times 2^{10-p}\times\frac{x^{p}}{x^{10-p}}={}^{10}C_{p}\times 2^{10-p}\times x^{p-10+p}={}^{10}C_{p}\times 2^{10-p}\times x^{2p-10}$$

Logo, o termo não dependente de x, ou seja, o termo independente de x é o termo em que o expoente de x é 0. Então

$$2p-10=0\Leftrightarrow 2p=10\Leftrightarrow p=5$$

Portanto, o termo do desenvolvimento do binómio $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$ não dependente de x é:

$$^{10}C_5 \times 2^{10-5} \times x^{2\times5-10} = {}^{10}C_5 \times 2^{10-5} \times x^{2\times5-10} = 252 \times 32 \times x^0 = 8064$$

Resposta: B

4. Tem-se que $\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$, mas como a sucessão de termo geral $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ é estritamente crescente, então $\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e^-$. Assim, pela definição de limite segundo Heine, vem:

$$\lim g(x_n) = \lim_{x\to e^-} \ln(e-x) = \ln\left(e-e^-\right) = \ln\left(0^+\right) = -\infty$$

Resposta: D

5. Como a função f é contínua em $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$, então também é contínua à esquerda de $x=\frac{\pi}{2}$, logo:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}} \underset{i)}{=} \lim\limits_{y\to0^-} \frac{\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right)}{y} \underset{ii)}{=} \lim\limits_{y\to0^-} \frac{-\operatorname{sen} y}{y} = -\lim\limits_{y\to0^-} \frac{\operatorname{sen} y}{y} = -1$

- $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = k-3$

Logo, $k-3=-1 \Leftrightarrow k=2$

i) Mudança de variável: Se $x \to \frac{\pi}{2}^-$ então $x-\frac{\pi}{2} \to 0^-$. Seja $y = x-\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = y+\frac{\pi}{2}$, $y\to 0^-$.

ii) Usando o círculo trigonométrico, verifica-se que $\cos\left(y+\frac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{sen} y$.

Resposta: C

6. Seja a o zero positivo da função g''. Recorrendo a um quadro de variação do sinal da função g'', vem:

x	$-\infty$	0		a	$+\infty$
$g''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\cup$	p.i.	$\cap$	p.i.	$\cup$

o gráfico da função g tem a concavidade votada para baixo em $[0,a]$, tem a concavidade votada para cima em $]-\infty,0]$ e em $[a,+\infty[$ e tem pontos de inflexão em $x=0$ e em $x=a$. O único gráfico que está de acordo com esta tabela é o da opção **A**.

Resposta: A

7. Dois planos são perpendiculares se os seus vetores normais também o forem. Um vetor normal do plano α é $\vec{n}_\alpha=(3,2,0)$.

Das opções apresentadas, os únicos planos que são perpendiculares a α são os das opções **B** e **C**.

- Um vetor normal do plano de equação $2x-3y-z+1=0$ é $(2,-3,-1)$ e $(3,2,0)\cdot(2,-3,-1)=6-6+0=0$;
- Um vetor normal do plano de equação $2x-3y-z=0$ é $(2,-3,-1)$ e $(3,2,0)\cdot(2,-3,-1)=6-6+0=0$;

Destes dois planos, o único que contém o ponto $A(1,0,3)$, é o plano de equação $2x-3y-z+1=0$, pois:

$$2\times1-3\times0-3+1=0 \Leftrightarrow 2-3+1=0 \Leftrightarrow 0=0 \text{ Afirmação verdadeira}$$

Logo, uma equação do plano β é $2x-3y-z+1=0$.

Resposta: B

8. Tem-se:

- B é a imagem geométrica do número complexo $-\frac{2\sqrt{3}}{3}+2i$, Logo, $B\left(-\frac{2\sqrt{3}}{2},2\right)$ e portanto $\overline{BC}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Como a circunferência está centrada na imagem geométrica de $2i$ (o ponto C), então uma condição que a define é $|z-2i|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

- Seja θ um argumento de $\frac{2\sqrt{3}}{3}+2i$. Tem-se $\operatorname{tg}\theta=\frac{\cancel{2}}{\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}}=\sqrt{3}$ e $\theta\in 1.^{\circ}Q$. Logo, $\theta=\frac{\pi}{3}$. Assim, uma condição de define a semirreta $\dot{O}A$ é $\arg(z)=\frac{\pi}{3}$.

- Seja θ um argumento de $-\frac{2\sqrt{3}}{3}+2i$. Tem-se $\operatorname{tg}\theta=\frac{\cancel{2}}{-\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}}=-\sqrt{3}$ e $\theta\in 2.^{\circ}Q$. Logo, $\theta=-\frac{\pi}{3}+\pi=\frac{2\pi}{3}$.

Assim, uma condição de define a semirreta $\dot{O}B$ é $\arg(z)=\frac{2\pi}{3}$.

Portanto, uma condição que define a região sombreada da figura é $|z-2i|>\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \wedge \quad \frac{\pi}{3}<\arg(z)<\frac{2\pi}{3}$.

Resposta: C

Grupo II – Itens de Resposta Aberta

1.

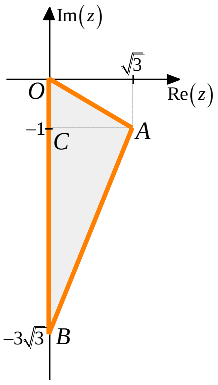
1.1. Tem-se que, $z=2\operatorname{cis}\frac{\pi}{6}=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)=\frac{2\sqrt{3}}{2}+\frac{2}{2}i=\sqrt{3}+i$. Logo, $\overline{z}=\sqrt{3}-i$.

Portanto as coordenadas do ponto A são $\left(\sqrt{3},-1\right)$

Assim, $\frac{(z-i)^4}{1+zi}=\frac{\left(\sqrt{3}+\cancel{i}-\cancel{i}\right)^4}{1+\left(\sqrt{3}+i\right)i}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^4}{1+\sqrt{3}i+i^2}=\frac{9}{\cancel{1}+\sqrt{3}i-\cancel{1}}=\frac{9}{\sqrt{3}i}\times\frac{-\sqrt{3}i}{-\sqrt{3}i}=\frac{-9\sqrt{3}i}{-3i^2}=\frac{-9\sqrt{3}i}{3}=-3\sqrt{3}i$.

Portanto, as coordenadas do ponto B são $\left(0,-3\sqrt{3}\right)$.

Representado o triângulo $[AOB]$, no plano complexo:



$$A_{[AOB]}=\frac{\overline{OB}\times\overline{AC}}{2}=\frac{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2}=\frac{3\times 3}{2}=\frac{9}{2}$$

1.2. Tem-se:

$$z^2-2\cos\alpha\,z+1=0 \Leftrightarrow z=\frac{2\cos\alpha\pm\sqrt{(-2\cos\alpha)^2-4\times1\times1}}{2\times1}\Leftrightarrow z=\frac{2\cos\alpha\pm\sqrt{4\cos^2\alpha-4}}{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{2\cos\alpha\pm\sqrt{-4\left(1-\cos^2\alpha\right)}}{2}\underset{i)}{\Leftrightarrow} z=\frac{2\cos\alpha\pm\sqrt{-4\operatorname{sen}^2\alpha}}{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{2\cos\alpha\pm\sqrt{4\operatorname{sen}^2\alpha}\times\overbrace{\sqrt{-1}}^{i}}{2}\underset{ii)}{\Leftrightarrow} z=\frac{2\cos\alpha\pm2i\operatorname{sen}\alpha}{2}\Leftrightarrow z=\frac{\cancel{2}\left(\cos\alpha\pm i\operatorname{sen}\alpha\right)}{\cancel{2}}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z=\cos\alpha-i\operatorname{sen}\alpha \quad\vee\quad z=\cos\alpha+i\operatorname{sen}\alpha\Leftrightarrow$$

$$\underset{iii)}{\Leftrightarrow} z=\cos(-\alpha)+i\operatorname{sen}(-\alpha)\quad\vee\quad z=\operatorname{cis}\alpha\underset{iii)}{\Leftrightarrow} z=\operatorname{cis}(-\alpha)\quad\vee\quad z=\operatorname{cis}\alpha$$

i) $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Leftrightarrow\operatorname{sen}^2\alpha=1-\cos^2\alpha$.

ii) Como $\alpha\in\left]0,\pi\right[$, então $\operatorname{sen}\alpha>0$ e portanto $\sqrt{4\operatorname{sen}^2\alpha}=2\operatorname{sen}\alpha$.

iii) Como a função cosseno é para e a função seno é ímpar, então $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}(-\alpha)=-\operatorname{sen}\alpha$. Outra maneira de escrever as solução da equação na forma trigonométrica era reparar que $\cos\alpha-i\operatorname{sen}\alpha$ é o conjugado de $\cos\alpha+i\operatorname{sen}\alpha$. Assim, como $\cos\alpha+i\operatorname{sen}\alpha=\operatorname{cis}\alpha$, então $\cos\alpha-i\operatorname{sen}\alpha=\operatorname{cis}(-\alpha)$.

2.

2.1. O número de casos possíveis é $6!$, é o número de maneiras que as seis bolas podem permutar entre si. Para determinar o número casos favoráveis, vamos agrupar num bloco as duas bolas azuis. Assim, o bloco e as restantes quatro bolas permutam entre si de $5!$ maneiras distintas. Dentro do bloco, as duas bolas azuis permutam entre si de $2!$ maneiras distintas. Logo, o número de casos favoráveis é $5!\times2!$ e a probabilidade pedida é $\frac{5!\times2!}{6!}=\frac{1}{3}$.

$$\underbrace{\boxed{2}\boxed{1}\ \_\_\ \_\_\ \_\_\ \_\_}_{5!\times2!}$$

Outra resolução: Para esta resolução vamos apenas considerar a escolha das posições para as duas bolas azuis. Assim, o número de casos possíveis é ${}^6C_2$ (número de maneiras de escolher duas posições de entre as seis disponíveis). O número de casos favoráveis é 5 (ficando as duas bolas azuis juntas, num bloco, o bloco pode ocupar da posições 1 e 2, ou as posições 2 e 3, ou as posições 3 e 4, ou as posições 4 e 5 ou as posições 5 e 6.) Assim, a probabilidade pedida pode ser dada por $\frac{5}{{}^6C_2}=\frac{1}{3}$.

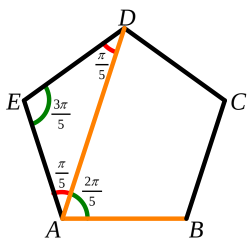
2.2. No conjunto das três bolas retiradas, podem estar, zero, uma ou duas bolas azuis, uma vez que na caixa estão apenas duas bolas azuis. Portanto, a variável aleatória X pode tomar os valores 0, 1 e 2, isto é $X = \{0,1,2\}$. Assim:

$$P(X=0)=\frac{{}^4C_3}{{}^6C_3}=\frac{1}{5}\ ;\ P(X=1)=\frac{{}^2C_1\times{}^4C_2}{{}^6C_3}=\frac{3}{5}\ ;\ P(X=2)=\frac{{}^2C_2\times{}^4C_1}{{}^6C_3}=\frac{1}{5}$$

Logo, a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X é dada por:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

3. A amplitude dos ângulos internos de um pentágono regular é $108^\text{o}=\frac{3\pi}{5}$ (a amplitude, em graus, dos ângulos internos de um polígono regular com n lados é dada por $\frac{180(n-2)}{n}$). Consideremos a figura:



Tem-se que $E\hat{A}D = A\hat{D}E$, seja $\alpha = E\hat{A}D = A\hat{D}E$. Assim:

$$\frac{3\pi}{5}+2\alpha=\pi \Leftrightarrow 2\alpha=\pi-\frac{3\pi}{5} \Leftrightarrow 2\alpha=\frac{2\pi}{5} \Leftrightarrow \alpha=\frac{2\pi}{10} \Leftrightarrow \alpha=\frac{\pi}{5}$$

Logo, $\overrightarrow{AB}\,\hat{}\,\overrightarrow{AD} = B\hat{A}D = \frac{3\pi}{5}-\frac{\pi}{5}=\frac{2\pi}{5}$.

Portanto:

$$\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AD}\|}=\frac{\overset{1}{\|\overrightarrow{AB}\|}\times\cancel{\|\overrightarrow{AD}\|}\times\cos\left(\overrightarrow{AB}\,\hat{}\,\overrightarrow{AD}\right)}{\cancel{\|\overrightarrow{AD}\|}}=\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)=\cos\left(2\times\frac{\pi}{5}\right)=\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right)-\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{5}\right)=$$

$$=1-\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{5}\right)-\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{5}\right)=1-2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{5}\right)$$

4.

4.1.

▪ Assíntotas verticais

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}\left(x-1+\frac{\ln(-x)}{x}\right) = 0-1+\frac{\ln(0^+)}{0^-} = -1+\frac{-\infty}{0^-} = -1+\infty = +\infty$$

Logo, a reta de equação $x=0$ é assíntota vertical do gráfico de f. Como f é contínua em $]-\infty,0[$, o seu gráfico não tem mais assíntotas verticais.

▪ Assíntotas não verticais

$$m = \lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{x-1+\frac{\ln(-x)}{x}}{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}}-\frac{1}{x}+\frac{\ln(-x)}{x^2}\right) \underset{i)}{=} 1-\lim_{y\to+\infty}\frac{1}{-y}+\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln y}{(-y)^2} =$$

$$=1-\frac{1}{-\infty}+\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln y}{y^2} = 1-0+\lim_{y\to+\infty}\frac{1}{y}\times\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln y}{y} = 1+\frac{1}{+\infty}\times 0 = 1+0\times 0 = 1$$

$$b = \lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-mx\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\cancel{x}-1+\frac{\ln(-x)}{x}-\cancel{x}\right) \underset{i)}{=} -1+\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln y}{-y} = -1-\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln y}{y} = -1+0 = -1$$

Logo, a reta de equação $y=x-1$ é assíntota oblíqua do gráfico de f, quando $x\to-\infty$.

i) Mudança de variável: Se $x\to-\infty$ então $-x\to+\infty$. Seja $y=-x \Leftrightarrow x=-y$, $y\to+\infty$.

4.2. A função f é contínua em $]-\infty,0[$, pois é a composição, o quociente e a soma de funções contínuas no seu domínio. Logo, a função f é contínua em $[-e,-1]\subset]-\infty,0[$.

▪ $f(-e) = -e-1+\dfrac{\ln(e)}{-e} = -e-1-\dfrac{1}{e} \approx -4,09$

▪ $f(-1) = -1-1+\dfrac{\ln 1}{-1} = -2-\dfrac{0}{1} = -2$

Tem-se que $-e\approx-2,72$. Assim, como f é contínua em $[-e,-1]$ e como $f(-e)<-e<f(-1)$, pelo teorema de Bolzano, $\exists c\in]-e,-1[: f(c)=-e$, ou seja, a equação $f(x)=-e$ tem pelo menos uma solução em $]-e,-1[$.

4.3. Tem-se que $g(x)=-x+f(x)=\cancel{-x}+\cancel{x}-1+\frac{\ln(-x)}{x}=-1+\frac{\ln(-x)}{x}$. Assim:

- $g'(x)=0+\dfrac{\frac{-1}{-x}\times x-\ln(-x)\times 1}{x^2}=\dfrac{\frac{1}{\cancel{x}}\times\cancel{x}-\ln(-x)\times 1}{x^2}=\dfrac{1-\ln(-x)}{x^2}$

- $g'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{1-\ln(-x)}{x^2}=0\Leftrightarrow 1-\ln(-x)=0\ \wedge\ x^2\neq 0\Leftrightarrow\ln(-x)=1\ \wedge\ x\neq 0\Leftrightarrow -x=e\ \wedge\ x\neq 0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-e\ \wedge\ x\neq 0$

Fazendo um quadro de variação do sinal da função g', vem:

x	$-\infty$	$-e$		0
$1-\ln(-x)$	$-$	0	$+$	n.d.
x^2	$+$	$+$	$+$	n.d.
$g'(x)$	$-$	0	$+$	n.d.
$g(x)$	$\searrow$	mín.	$\nearrow$	n.d.

A função f é decrescente em $]-\infty,-e]$, é crescente em $[-e,0[$ e tem um mínimo absoluto em $x=-e$.

5. O triângulo $[PQR]$ é retângulo em Q, portanto:

$$\cos\alpha=\frac{\overline{PQ}}{\overline{PR}}\Leftrightarrow\cos\alpha=\frac{\overline{PQ}}{4}\Leftrightarrow\overline{PQ}=4\cos\alpha \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}\alpha=\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}\Leftrightarrow\operatorname{sen}\alpha=\frac{\overline{QR}}{4}\Leftrightarrow\overline{QR}=4\operatorname{sen}\alpha$$

Logo, $A_{[PQRS]}=2\times A_{[PQR]}=\cancel{2}\times\dfrac{\overline{PQ}\times\overline{QR}}{\cancel{2}}=\overline{PQ}\times\overline{QR}=4\cos\alpha\times 4\operatorname{sen}\alpha=16\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha=A(\alpha)$

Tem-se $1+\operatorname{tg}^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}\Leftrightarrow 1+\left(2\sqrt{2}\right)^2=\dfrac{1}{\cos^2\theta}\Leftrightarrow 1+8=\dfrac{1}{\cos^2\theta}\Leftrightarrow\cos^2\theta=\dfrac{1}{9}$. Como $\theta\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$, vem $\cos\theta=\dfrac{1}{3}$. Assim, $\operatorname{tg}\theta=\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}\Leftrightarrow\operatorname{sen}\theta=\cos\theta\times\operatorname{tg}\theta\Leftrightarrow\operatorname{sen}\theta=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{2}\Leftrightarrow\operatorname{sen}\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Portanto, $A(\theta)=16\cos\theta\operatorname{sen}\theta=16\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{32\sqrt{2}}{9}$.

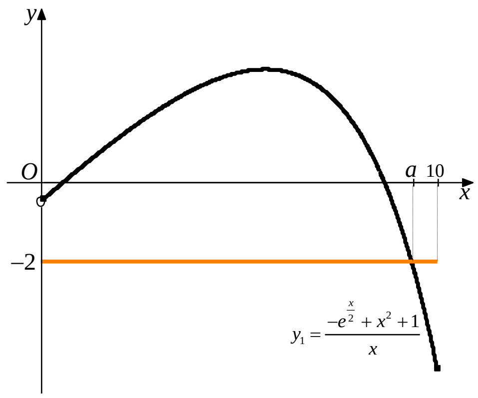
6. Como $f(0) = -e^{\frac{0}{2}} + 0^2 + 8 = -e^0 + 8 = -1 + 8 = 7$, as coordenadas do ponto A são $(0,7)$. O ponto B tem abcissa positiva e pertence ao gráfico de f, portanto, as suas coordenadas são do tipo $(x, f(x))$, com $x \in]0,10]$.

Pretende-se determinar $x \in]0,10]$ tal que $m_{AB} = -2 \Leftrightarrow \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -2 \Leftrightarrow \frac{f(x) - 7}{x - 0} = -2 \Leftrightarrow \frac{-e^{\frac{x}{2}} + x^2 + 1}{x} = -2$.

Utilizando o editor de funções da calculadora, define-se $y_1 = \frac{-e^{\frac{x}{2}} + x^2 + 1}{x}$ e $y_2 = -2$ na janela de visualização $[0,10] \times [-4,4]$

Logo, $\frac{-e^{\frac{x}{2}} + x^2 + 1}{x} = -2 \Leftrightarrow x = a$, com $a \approx 9,35$.

Portanto, a abcissa do ponto B é, aproximadamente, 9,35.

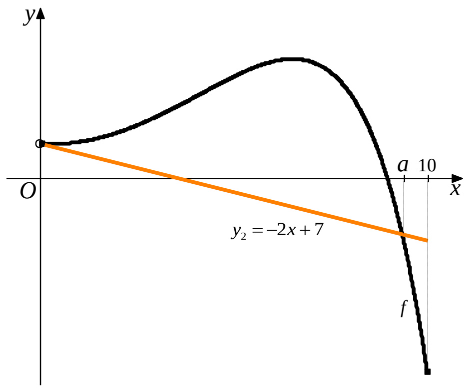


Outra resolução: Como o declive da reta AB é -2 e as coordenadas do ponto A são $(0,7)$, então a equação reduzida da reta AB é $y = -2x + 7$. Como B pertence ao gráfico de f e à reta AB então a abcissa de B é a solução positiva da equação $f(x) = -2x + 7$, com $x \in]0,10]$ (a outra é a abcissa do ponto A).

Utilizando o editor de funções da calculadora, define-se $y_1 = f(x)$ e $y_2 = -2x + 7$ na janela de visualização $[0,10] \times [-20,25]$

Logo, $f(x) = -2x + 7 \Leftrightarrow x = a$, com $a \approx 9,35$.

Portanto, a abcissa do ponto B é, aproximadamente, 9,35.



7. Vamos estudar a variação da monotonia da função h utilizando um quadro de variação do sinal da função h'. O sinal de h' depende apenas do sinal de f, pois $e^{2x} > 0$, para todo o x real.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$		$\nearrow$		$\nearrow$	máx.	$\searrow$	

Assim, a função h tem apenas um extremo relativo (máximo) em $x = 3$ e portanto, a afirmação **I** é falsa.

A função f tem um extremo relativo em $x = -2$, como f é derivável em $\mathbb{R}$, então $f'(-2) = 0$. A segunda derivada de h é dada por $h''(x) = \frac{f'(x) \times e^{2x} - f(x) \times 2e^{2x}}{\left(e^{2x}\right)^2} = \frac{\cancel{e^{2x}}\left(f'(x) - 2f(x)\right)}{\left(e^{2x}\right)^{\cancel{2}}} = \frac{f'(x) - 2f(x)}{e^{2x}}$ e portanto $h''(-2) = \frac{f'(-2) - 2f(-2)}{e^{2\times(-2)}} = \frac{0 - 2 \times 0}{e^{-4}} = 0$. Logo, a afirmação II é verdadeira.

Por fim, como $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 3$, a reta de equação $y = 3 \Leftrightarrow y - 3 = 0$ é assíntota horizontal do gráfico de h, quando $x \to +\infty$, e não a reta de equação $y + 3 = 0$. Assim, a afirmação III é falsa.