Associação de Professores de Matemática

Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt

email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO EXAME DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS (PROVA 835) 2013 – 2ªFASE

1.

1.1. Aplicando o método de Hondt, os quocientes calculados são os seguintes:

Lista	A	B	C	D
Número de votos	1232	1035	613	555
1	1232,0	1035,0	613,0	555,0
2	616,0	517,5	306,5	277,5
3	410,7	345,0	204,3	185,0
4	308,0	258,8	153,3	138,8

Desta forma a distribuição dos 8 mandatos é:

- 3 mandatos para a lista A
- 3 mandatos para a lista B
- 1 mandato para a lista C
- 1 mandato para a lista D

Aplicando o método de Hamilton:

Lista	A	B	C	D	Total
Número de votos	1232	1035	613	555	3435
Divisor padrão	$3435 \div 8 = 429,375$				
Quota padrão	2,869	2,41	1,428	1,293	
Mandatos - Parte inteira	2	2	1	1	
Parte decimal	0,869	0,41	0,428	0,293	
Mandatos - Parte inteira	1	0	1	0	
Total de mandatos	3	2	2	1	

Desta forma a distribuição dos 8 mandatos seria:

- 3 mandatos para a lista A
- 2 mandatos para a lista B
- 2 mandatos para a lista C
- 1 mandato para a lista D

Pelo que a lista C seria a única que aumentaria o número de mandatos atribuídos caso a alteração do método eleitoral viesse a ser concretizada.

1.2. Aplicando o método descrito, temos que:

Lista	**A**	**B**	**C**	**D**	**Total**
Número de votos	1232	1035	613	555	
Percentagem de votos*	0,36	0,30	0,18	0,16	
Automóvel	10000	15000	12500	12000	
Computador	1500	500	2000	2500	
Soma	11500	15500	14500	14500	
Porção justa	4140	4650	2610	2320	
1º atribuição		Automóvel		Computador	
Valor dos bens recebidos	0	15000	0	2500	
Valor a pagar		10350		180	10530
Valor a receber	4140		2610		6750
Excesso	3780				
Proporção do excesso	1360,8	1134	680,4	604,8	
Total de cada lista	Recebe 5501 €	Recebe o automóvel e paga 9216 €	Recebe 3290 €	Recebe o computador e recebe 425 €	

* No apuramento da percentagem de votos foi desrespeitada a indicação do arredondamento às unidades para permitir o cálculo da porção justa.

1.3. Para averiguar a independência dos acontecimentos, podemos verificar a veracidade da igualdade: $P(H \cap D) = P(H) \times P(D)$

Assim, temos que, $P(H \cap D) = \dfrac{250}{1232+1035+613+555} = \dfrac{250}{3435} = \dfrac{50}{687}$

$$P(H) = \frac{518+411+255+250}{1232+1035+613+555} = \frac{1434}{3435} = \frac{478}{1145}$$

$$P(D) = \frac{305+250}{1232+1035+613+555} = \frac{555}{3435} = \frac{37}{229}$$

Consequentemente, $P(H) \times P(D) = \dfrac{478}{1145} \times \dfrac{37}{229} = \dfrac{17686}{262205}$

Logo, como $P(H \cap D) \neq P(H) \times P(D)$, podemos concluir que os acontecimentos H e D não são independentes.

2. Para que um percurso satisfizesse, cumulativamente, as condições enunciadas, todos os vértices do grafo deveriam ter grau par. Como, por exemplo, o vértice A tem grau 3, não existe um percurso nas condições estabelecidas no enunciado.

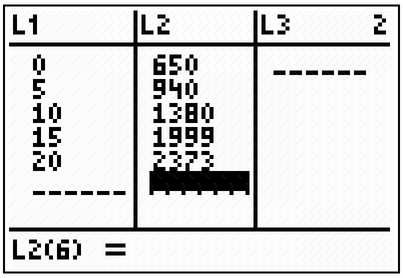
3.

3.1. Para 2018, o valor correspondente de t é $2018-1980=38$

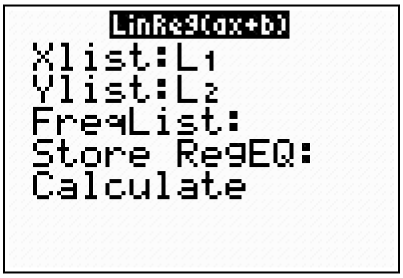
Assim, de acordo com o modelo N, a previsão do número de habitantes é de 8018 de acordo com os cálculos:

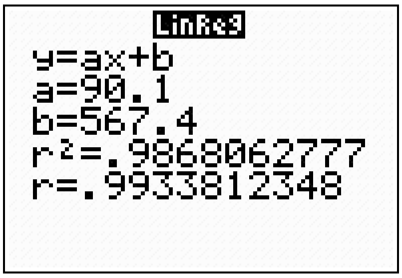
$$N(38)=678,211\times e^{0,065\times 38}\approx 8018$$

3.2. Inserindo os dados relativos às 5 primeiras linhas da tabela na calculadora gráfica, obtemos:



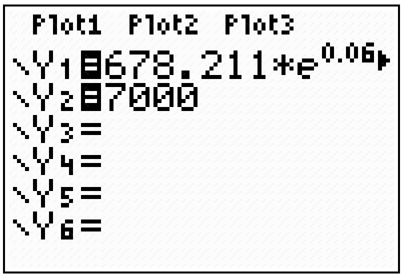
De acordo com as informações do enunciado podemos ajustar um modelo linear a estes dados:



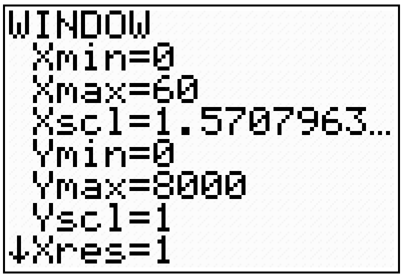


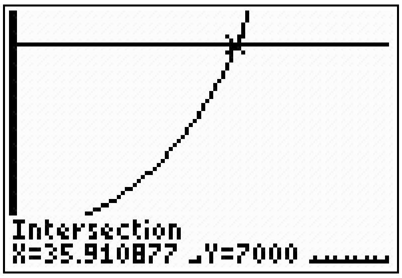
Sendo o modelo linear, a variação anual é dada pelo declive da reta, logo temos uma variação de 90 habitantes por ano.

3.3. Inserindo na calculadora gráfica uma expressão equivalente à do modelo *N* e a reta de equação y=7000, temos:



Formatando a janela de visualização para um período de 60 anos e valores da população até 8000, temos a seguinte representação gráfica:



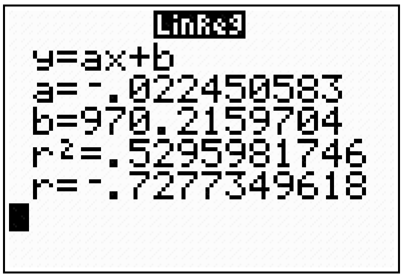


Usando a função da calculadora que permite encontrar as coordenadas do ponto de interseção dos gráficos, temos que a população será de 7000 habitantes antes de terem passado 36 anos desde 1980, ou seja no final do ano de 2015.

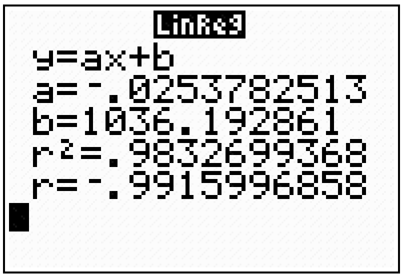
3.4. Inserindo na calculadora gráfica as listas dos dados das duas tabelas, incluindo os valores referentes ao ano 2001, temos:

Número total de pontos de acesso à rede postal	Densidade postal (habitantes / posto de acesso)
19775	471,3
21758	481,4
21008	501,2
20630	512,5
20457	517,9
20215	525,5
19897	534,1
19155	554,8
18394	563,2

De onde se obtém o valor do coeficiente de correlação de -0,728:



Retirando os dados relativos ao ano de 2001, e refazendo o cálculo obtemos o valor do coeficiente de correlação de -0,992.



Pela análise dos dados obtidos, verifica-se que a exclusão do *outlier* indica uma correlação mais forte, ou seja um coeficiente de correlação mais distante de 0. Assim, conclui-se que, quando se excluí o *outlier*, o ajuste da reta de regressão à nuvem de pontos é maior, e as previsões serão mais fiáveis.

3.5. Podemos calcular o valor de *a*, recorrendo ao valor da média:

$$\frac{531+518+481+535+493+50+490+a+525+502+493+550}{12}=512{,}5 \Leftrightarrow$$

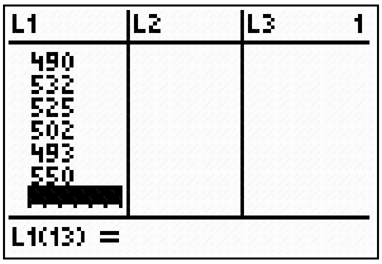
$$\Leftrightarrow \frac{5618+a}{12}=512{,}5 \Leftrightarrow$$

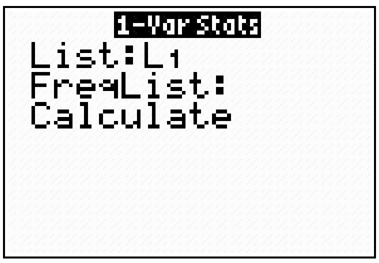
$$\Leftrightarrow 5618+a=512{,}5\times 12 \Leftrightarrow$$

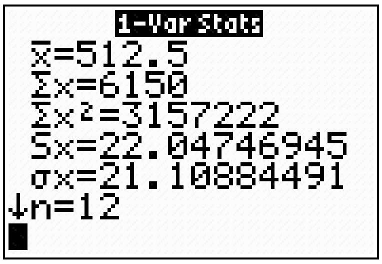
$$\Leftrightarrow a=6150-5618 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a=532$$

Inserindo os valores dados (e o valor determinado para *a*) numa lista da calculadora gráfica, e fazendo os cálculos relativos a uma variável, temos:







Pelo que se conclui que, o valor do desvio padrão é de 21.

3.6. Sabemos que $I =]546,554[= \left]\bar{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$, em que $n = 200$ e $z = 1,645$

Sabemos ainda que $\bar{x} = \frac{546+554}{2} = 550$ por ser o valor médio do intervalo.

Recorrendo a um dos extremos do intervalo, por exemplo o extremo superior, temos:

$\bar{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}} = 554$ e substituindo os valores indicados, obtemos:

$$550 + 1,645\frac{s}{\sqrt{200}} = 554 \Leftrightarrow 1,645\frac{s}{\sqrt{200}} = 4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{s}{\sqrt{200}} \approx 2,432 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow s \approx 34,388$$

Logo, os valores são $\bar{x} = 550$ e $s \approx 34$

4.

4.1. De acordo com os dados do enunciado, se a viagem do André durar 29 minutos, ele não chega atrasado, pelo que a probabilidade de ele chegar atrasado pode ser dada por: $P(X > 29) = P(X > \mu + 2\sigma) =$

$$= \frac{100\% - P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)}{2} =$$
$$= \frac{100\% - 95,45\%}{2} =$$
$$= 2,275\%$$

(uma vez que $\mu + 2\sigma = 21 + 2\times 4 = 29$)

Ou seja, a probabilidade do André chegar atrasado é de $2,28\%$

4.2. Partindo do princípio que todas as viagens que duram mais de 25 minutos resultam da utilização do percurso alternativo, temos que a probabilidade de o pai do André usar o percurso alternativo é dada por:

$P(X > 25) = P(X > \mu + \sigma) =$

$$= \frac{100\% - P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)}{2} =$$
$$= \frac{100\% - 68,27\%}{2} =$$
$$= 15,865\%$$

A probabilidade de que em três dias consecutivos, o pai do André use o percurso alternativo exactamente em dois dias pode ser dada por:

$$a \times b \times b + b \times a \times b + b \times b \times a$$

sendo que, o dia em que não usa o percurso alternativo (com probabilidade $a = 1 - 0,15865 = 0,84135$) pode ser o primeiro, o segundo ou o terceiro e que a probabilidade de usar o percurso alternativo é $b = 0,15865$.

Assim, temos que a probabilidade é:

$\left(0,15865 \times 0,15865 \times 0,84135\right) \times 3 = 0,06353$

Ou seja, uma probabilidade de 6%.

FIM