

Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Cód. 835 - 1ª Fase 2014

**1.1**

Começemos por comparar V com L

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	V	L	V	L
2ª linha	L	V	L	V

contabilizando apenas a primeira linha, o tema com maior número de votos é L, com 305 (205+100) votos contra 195 (50 + 150);

Como se procura o tema que vença as comparações com os restantes temas, esse tema já só poderá ser L. Por isso repete-se o processo na comparação de L com S

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	L	S	L	L
2ª linha	S	L	S	S

Neste caso L também vence S, com 295 (50 + 145 + 100) votos contra 205;

Resta agora a comparação de L com R

	50 votos	205 votos	145 votos	100 votos
1ª linha	L	R	L	L
2ª linha	R	L	R	R

Mais uma vez o tema vencedor é L também com 295 (50 + 145 + 100) votos contra 205.

Desta forma o tema vencedor da eleição pela aplicação do método seguinte será o tema L, uma vez que vence nas comparações com todos os outros temas.

Agora, se tivermos em conta as percentagens de votos da primeira preferência, teremos

	V	L	S	R
--	---	---	---	---

1ª pref.	195	100	205	0
(%)	$\frac{195}{500} \rightarrow 39\%$	$\frac{100}{500} \rightarrow 20\%$	$\frac{205}{500} \rightarrow 41\%$	0%

A alternativa com maior percentagem de primeiras preferências é S, e não L, como no método anterior, pelo que a afirmação da professora tem fundamento.

## 1.2

Para proceder ao apuramento do número máximo de calculadora gráficas que podem ser requisitadas pelos alunos de cada ano de escolaridade, aplicando o método descrito, registaram-se os cálculos e os valores na tabela seguinte:

Ano de Escolaridade	9º	10º	11º	12º
Número de alunos	120	210	170	162
Divisor padrão	$\frac{120 + 210 + 170 + 162}{35} \approx 18,914$			
Quota padrão	$\frac{120}{18,914} \approx 6,344$	$\frac{210}{18,914} \approx 11,103$	$\frac{170}{18,914} \approx 8,988$	$\frac{162}{18,914} \approx 8,5565$
Parte Inteira da Quota Padrão	6	11	8	8
Calculadoras atribuídas	$6 + 11 + 8 + 8 = 33$			

Restam ainda atribuir 2 calculadoras aos anos de escolaridade cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores, que no caso são o 11º e o 12º anos.

Assim a distribuição final do número máximo de calculadora gráficas que podem ser requisitadas pelos alunos de cada ano de escolaridade é a seguinte:

Ano de Escolaridade	9º	10º	11º	12º
Número máximo de calculadoras	6	11	9	9

2

Aplicando o algoritmo proposto ordenemos por ordem crescente as distâncias fornecidas na tabela:

A3A5 – 100 - ✓

A3A4 – 150 - ✓

A2A3 – 190 - ✓

~~A2A5 – 200 – forma circuito~~

~~A4A5 – 220 – forma circuito~~

A5A6 – 220 - ✓

~~A4A6 – 240 – forma circuito~~

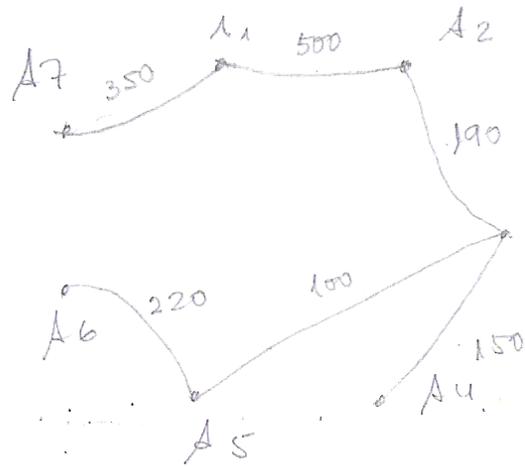
~~A2A6 – 340 – forma circuito~~

A1A7 – 350 - ✓

A1A2 – 500 - ✓

~~A6A7 – 650~~

~~A1A6 – 730~~



Selecionadas 6 arestas (7-1) obtemos o número mínimo total de metros de fibra óptica:

$$100 + 150 + 190 + 220 + 350 + 500 = 1510 \text{ metros}$$

O que terá um custo de  $3,40 \times 1510 = 5\,134,00$  euros

**3.1.1.** Para determinar o modelo pedido começa-se por introduzir os valores fornecidos nas listas da calculadora. Por exemplo, em L1 colocam-se os dias após o início do estudo e em L2 o número de micro-organismos na água (em milhares de milhões por  $\text{cm}^3$ ), obtendo-se

L1	L2
0	3
5	19,39

Realizando uma regressão exponencial chega-se ao modelo

$$P(t) = 3 \times e^{1,452t}$$

Com  $a=3$  e  $b \approx 1,452$

**3.1.2.** O dia 18 de Setembro corresponde  $t=0$  neste novo modelo, com  $M(0) = 19,39$

Pretende-se agora encontrar o valor de  $t$ , tal que  $M(t) \leq \frac{1}{8}M(0)$

Onde  $\frac{1}{8}M(0) = 2,42375$

Coloca-se a expressão de  $M(t)$  no editor de funções e na tabela da função procura-se o primeiro

valor de  $y$  o mais próximo possível de 2,42375, o que se verifica para  $x=26$  como podemos constatar no excerto da tabela apresentada pela calculadora

X	Y1
(...)	(...)
25	2,6242
26	2,4224
27	2,2362
(...)	(...)

Para que o número de micro-organismos presentes na água seja inferior a um oitavo do número de micro-organismos existentes no instante em que foi adicionada a substância, terão de passar 27 dias.

### 3.2.

No caso apresentado  $V_t = 312,32 \times 1,00 \times 1,40 \times 1,10 \times 0,85 \times 603,00 = 246522,6086$

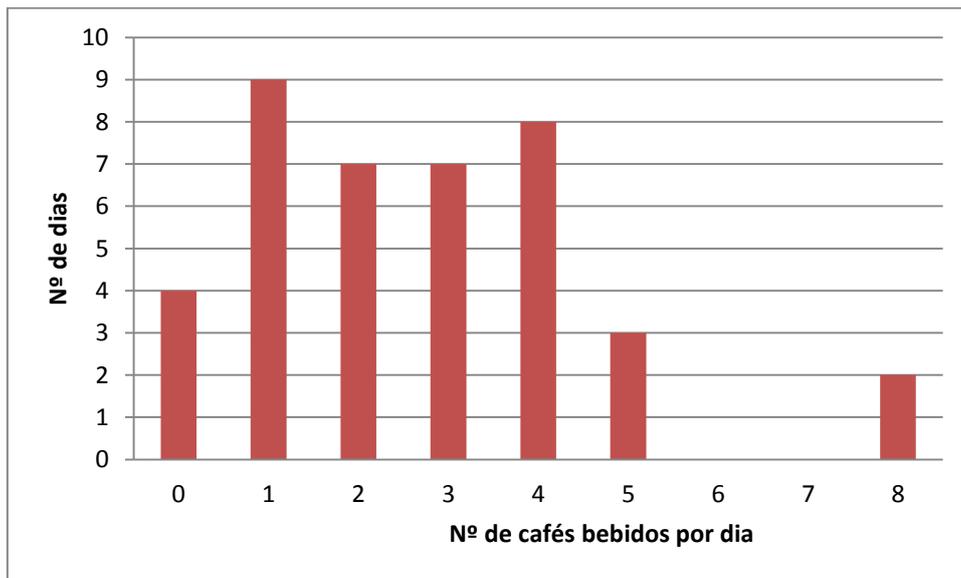
Originando um valor patrimonial tributário arredondado de 246 530 euros, sendo o valor do IMI dado por:  $0,006 \times 246530 = 1479,18 \text{ euros}$

### 4.1.

Tabela de Frequências Absolutas Simples

Nº de cafés bebidos em cada dia	Frequência Absoluta (nº de dias)
0	4
1	9
2	7
3	7
4	8
5	3
6	0
7	0
8	2
TOTAL	40

Diagrama de Barras



#### 4.2

Coloquemos em L1 o nº de cafés bebidos por dia pelo Manuel e em L2, os valores da frequência absoluta respectivos:

L1	L2
0	4
1	9
2	7
3	7
4	8
5	3
6	0
7	0
8	2

Recorrendo às funcionalidade da calculadora obtém-se:

$$X_{\min} = 0$$

$$Q_1 = 1$$

$$\text{Med} = 2,5$$

$$Q_3 = 4$$

$$X_{\max} = 8$$

O que origina um diagrama de extremos e quartis como o seguinte



A diferença entre este diagrama e o da figura 2 está nos valores da mediana (2,5 neste e 2 no dado) e do 3º quartil (4 neste caso e 3 no da figura 2).

### 4.3

Recorrendo aos valores da amostra teremos de usar para estimador do valor médio, a média amostral e para estimador do desvio padrão populacional o desvio padrão da amostra.

Para obter estas estatísticas e com os valores das listas utilizados na questão anterior, temos

Média amostral ( $\bar{x}$ ) = 2,675

Desvio padrão amostral ( $s$ )  $\approx$  1,9267

Queremos agora encontrar o intervalo

$$\left] \bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right[$$

Com  $n=40$

$$\bar{x} = 2,675$$

$$s \approx 1,9267$$

$$z = 1,960$$

Assim, o intervalo de confiança para o valor médio do número de cafés bebidos em cada dia pelo Manuel será:

$$]2,078; 3,272[$$

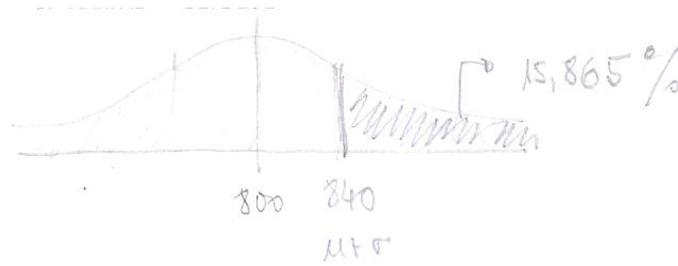
### 5.1.

42% da capacidade do depósito =  $0,42 \times 2000 = 840$

Seja  $X$  a variável aleatória “quantidade de GPL no depósito). É-nos dito que  $X$  segue uma distribuição normal  $N(800,40)$

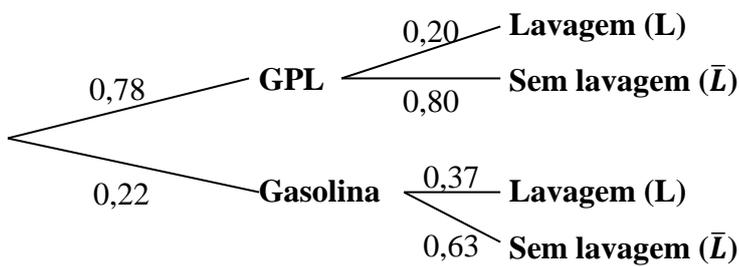
Pretende-se saber  $P(X > 840)$

Considerando as propriedades da curva normal, ou recorrendo às funcionalidades da calculadora



Obtém-se  $P(X > 840) = 15,87\%$

### 5.2.



Pretende-se o valor de  $P(\text{gasolina}|\text{L})$  o que é dado por:

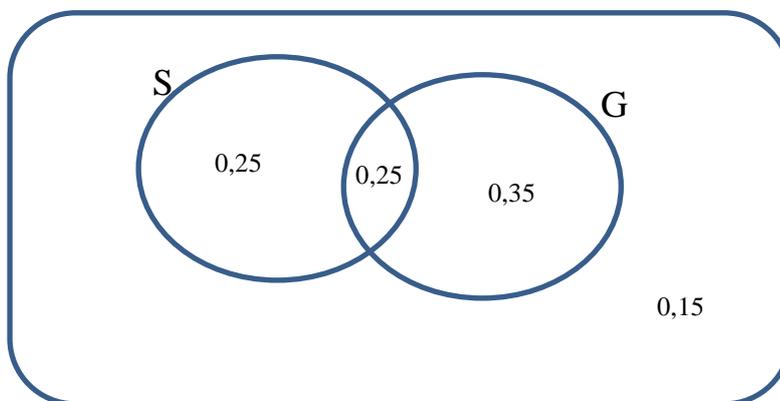
$$P(\text{gasolina}|\text{L}) = \frac{0,22 \times 0,37}{0,22 \times 0,37 + 0,78 \times 0,20} = \frac{0,0814}{0,2374} \approx 0,3429 \rightarrow 34,29\%$$

### 5.3.

Representando os dados fornecidos num diagrama de Venn, onde

S – conjunto dos veículos com sensores de estacionamento

G – conjunto dos veículos com gancho de reboque



A percentagem de veículos com sensores de estacionamento ou com gancho de reboque terá que ser  $100 - 15 = 85\%$

Ora como  $50\% + 60\% = 110\%$  isso significa que temos 25% de veículos que estão a ser contados

duas vezes, ou seja, que pertencem a  $S \cap G$

$$P(A) = P(\text{veículo pertencer a } S \text{ e a } G) = 25\%$$

$$P(B) = P(\text{veículo pertencer a } G \text{ e não pertencer a } S) = 35\%$$

Podemos pois concluir que B é mais provável que A