9.º Ano - Matemática

**Exame Nacional (23) – 22 Junho 2011**

# Soluções:

**1.** $p=\frac{5}{13}$. **Nota:** Há 5 bolas pares com número superior a 3, duas com o número 4 e três com o número 6 (casos favoráveis) nas 13 bolas do saco (casos possíveis).

**2.** 12 rapazes. **Nota:** $p(rapaz)=\frac{2}{3}$, logo $p(rapariga)=\frac{1}{3}$, ou seja, há 18 alunos na turma porque $p(rapariga)=\frac{1}{3}=\frac{6}{18}$. Deste modo há 18 – 6 = 12 rapazes na turma.

**3.** $\bar{x}=\frac{4\times 1,25+1,23}{5}=1,246\ m$. A médias das alturas dos cinco irmãos é 1,246 metros.

**4.** $S=\{-2,-1,0\}$

**5.** $a^4\times a^2$

**6.** 45 fósforos. **Nota:** Como o número tem de ser múltiplo de 3, múltiplo de 5 e menor do que 50, as hipóteses ficam reduzidas ao 15, ao 30 e ao 45. A outra condição é poder ser escrito como um múltiplo de 4 mais 1, logo o número só pode ser o 45 porque $45=44+1=4\times 11+1$.

**7.** $-2x+1$. **Nota:** $(x-1)^2-x^2=x^2-2x+1-x^2=-2x+1$

**8.** Gráfico A

**9.1.** 2 minutos. **Nota:** São precisos 66 litros para encher o depósito ($71-5=66$). Passados 2 minutos este é o número de litros introduzido no depósito, $66=33t \Leftrightarrow t=\frac{66}{33} \Leftrightarrow t=2$.

**9.2.** 33 é o número de litros de gasolina introduzido no depósito por minuto.

**10.** $x(x-1)+2x=6-4x^2 \Leftrightarrow x^2-x+2x=6-4x^2 \Leftrightarrow x^2+4x^2-x+2x-6=0 \Leftrightarrow 5x^2+x-6=0$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 5\times(-6)}}{2\times 5} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+120}}{10} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{121}}{10} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm 11}{10} \Leftrightarrow x=\frac{-1+11}{10} \vee x=\frac{-1-11}{10}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{10}{10} \vee x=\frac{-12}{10} \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{6}{5} \qquad S=\left\{-\frac{6}{5};1\right\}$$

**11.** $$\begin{cases}\frac{x+y}{3}=1\\ 2x+3y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\ 2x+3y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3-y\\ 2(3-y)+3y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\text{———}\\ 6-2y+3y=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3-2\\ y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$$

$(x,y)=(1,2)$ é a solução do sistema



http://portalmath.wordpress.com

**12.1.** O ponto O pertence à mediatriz de [BC]

**12.2.** $100^{\circ}$. <u>**Nota**</u>: $\overset{\frown}{AC} = 180^{\circ} - 80^{\circ} = 100^{\circ}$.

**12.3.** $P_{\odot} = 2\pi r = \pi \times d = \pi \times \overline{AD} = \pi \times 7{,}52 \simeq 23{,}6\ cm$. <u>**Nota**</u>: O triângulo [AED] é rectângulo em E porque o ângulo AED é um ângulo inscrito numa semicircunferência. O valor de $\overline{AD}$ pode ser determinado pelo Teorema de Pitágoras.

$\overline{AD}^2 = 6{,}8^2 + 3{,}2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56{,}48 \Leftrightarrow \overline{AD} = \pm\sqrt{56{,}48} \Leftrightarrow \overline{AD} \simeq \pm 7{,}52$, como se trata de um comprimento $\overline{AD} \simeq 7{,}52$.

**13.** A altura do cilindro $(h)$ é igual a 2,125 metros.

$$V_{sólido} = V_{cilindro} - V_{cone} \Leftrightarrow V_{sólido} = A_b \times h + \frac{A_b \times h}{3} \Leftrightarrow 34 = 12 \times h + \frac{12 \times h}{3} \Leftrightarrow 102 = 36h + 12h \Leftrightarrow 48h = 102$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{102}{48} \Leftrightarrow h = 2{,}125\ m$$

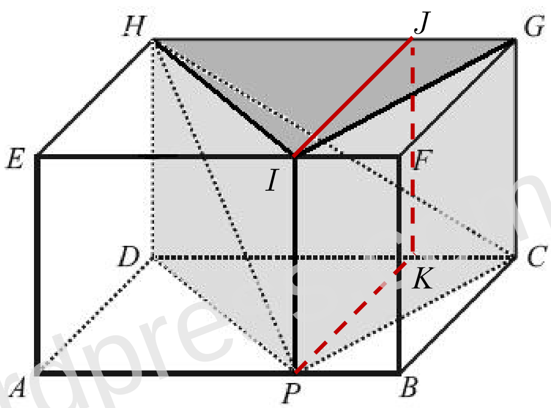
**14.1.** As rectas DP e BC são concorrentes.

**14.2.** $A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2} = \frac{\overline{DP} \times \overline{HD}}{2} = \frac{5 \times 3{,}124}{2} = 7{,}81 \simeq 7{,}8\ cm^2$.

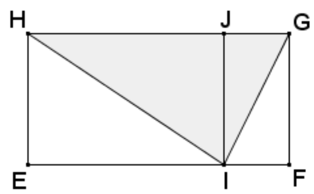
<u>Cálculo Auxiliar:</u> $\tan 32^{\circ} = \frac{\overline{HD}}{5} \Leftrightarrow \overline{HD} = 5 \tan 32^{\circ} \Leftrightarrow \overline{HD} \simeq 3{,}124\ m$.

**14.3.** $60\ cm^3$. <u>**Nota**</u>: Decompõe o paralelepípedo em três prismas triangulares. A partir da pirâmide podes chegar à conclusão que o prisma com a mesma base mede 30 $cm^3$ (porque o volume deste prisma é o triplo do volume da pirâmide, uma vez que têm a mesma base e a mesma altura). Os outros dois prismas triangulares que sobram têm o mesmo volume do anterior, porque ambos têm a mesma altura e a soma das áreas duas bases é igual à base do prisma que considerámos anteriormente (se os juntares dá um prisma exactamente igual ao anterior).

$V_{[DPCHIG]} = 3 \times V_{[HDPC]} = 3 \times 10 = 30\ cm^3$

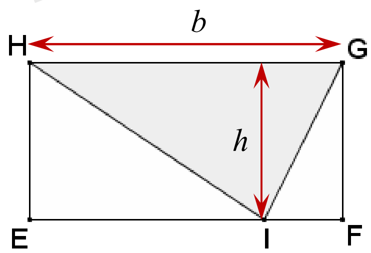



Como $V_{[PKCIJG]} = V_{[PBCIFG]}$ e $V_{[DPKHIJ]} = V_{[APDEIH]}$,




podemos concluir que $V_{[APDEIH]} + V_{[PBCIFG]} = V_{[DPCHIG]} = 30\ cm^3$.

Logo $V_{[ABCDEFGH]} = V_{[DPCHIG]} + \left(V_{[APDEIH]} + V_{[PBCIFG]}\right) = 30 + 30 = 60\ cm^3$




<u>Repara que</u>: $A_{sombreada} = A_{branca}$ e a altura dos prismas triangulares é a mesma.

$$A_{sombreada} = A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}\ ;\ A_{branca} = A_{\square} - A_{\triangle} = \underset{(\times 2)}{b \times h} - \frac{b \times h}{2} = \frac{b \times h}{2}$$



http://portalmath.wordpress.com