Proposta de Resolução do Exame Nacional de Matemática do 3º Ciclo do Ensino Básico

(Prova 23 – 30 de Junho de 2011)

2ª chamada

1.

1.1. O gráfico que corresponde a uma proporcionalidade é a recta (note-se que o ponto (0, 0) pertence a esta recta)

Constante de proporcionalidade directa: $\frac{36}{60} = 0,6$

A constante de proporcionalidade da função de proporcionalidade directa é 0,6.

1.2. O Carlos colocou 19 litros de gasolina no seu carro. Sem o desconto, o Carlos gastaria 28,12 euros (19 x 1,48 = 28,12).

Como o desconto é de 5%, o Carlos gastou 26,71 euros (28,12 x 0,95 = 26,714)

O Carlos pagou pelo abastecimento 26,71 euros.

2.

$\frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}(x-3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}x - \frac{15}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 40 \geq 25x - 75 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 25x \geq -75 + 40 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x \geq -35 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \leq 35$

C. S. = $]-\infty, 35]$

3.

$(x+3)^2 - 3 = 2x^2 + x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - 3 = 2x^2 + x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 + 6x - x + 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5+7}{-2} \vee x = \frac{-5-7}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 6$$

4. **Opção correcta:** Tabela C

5. Substituindo as incógnitas das equações do sistema pelos respectivos valores de cada uma das opções, conclui-se qual a opção correcta. Da mesma forma, resolvendo o sistema

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + y \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ 2(2+y) = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ 4 + 2y = 1 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 2y + y = 1 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_ \\ 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_ \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 1 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

(1; –1) é a solução do sistema

Opção correcta: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

6.

6.1. O número de bolas pretas aumenta um em cada figura e o número de bolas brancas aumenta três. Assim, uma figura tem mais quatro bolas que a anterior.

13 + 4 + 4 + 4 + 4 = 29

Para construir o 7º termo da sequência são necessárias 29 bolas.

6.2. O número de bolas pretas é igual à ordem da figura.

O termo geral da sequência do número de bolas é 4n + 1, em que n é a ordem do termo.

Determinemos n tal que 4n + 1 = 493.

4n + 1 = 493 ⇔ 4n = 492 ⇔ n = 123

Então, o 123º tem 493 bolas, das quais 123 são pretas. Assim, existem 370 bolas brancas (493 − 123 = 370).

O termo que tem 493 bolas tem 370 bolas brancas.

7. **Opção correcta:** – 3

8. Números naturais de 1 a 50 que são simultaneamente divisíveis por 2, por 3 e por 5: 30. Assim há apenas um caso favorável.

Número de números naturais de 1 a 50: 50

Probabilidade de escolher, entre os números naturais de 1 a 50, um número simultaneamente divisível po2, por 3 e por 5: $\frac{1}{50}$.

9.

9.1 Número de alunos da turma: 3 + 7 + 5 + 4 + 3 + 3 = 25

Número de livros lidos pelos alunos da turma: 0x3 + 1x7 + 2x5 + 3x4 + 4x3 + 5x3 = 56

Média do número de livros lidos por cada aluno da turma: $\frac{56}{25} = 2{,}24$

Cada aluno dessa turma leu, em média, 2,24 livros.

9.2 Os gráficos A e C são os únicos que, relativamente ao gráfico do enunciado do item 9, mantém o número de alunos que leram zero, quatro ou cinco livros.

Visto que há 25 alunos, a mediana corresponde ao número de livros lidos pelo 13º aluno, depois de ordenados pelo número de livros lidos. No Gráfico A a mediana é 2, enquanto que no Gráfico C a mediana é 3.

Opção correcta: Gráfico C

10. Seja x a diagonal da base do prisma (quadrado de lado 4). Então,

$x^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{32}$.

Assim, o raio da base do cone é $\frac{\sqrt{32}}{2}$

Seja h a altura do prisma.

$$V_{cone} + V_{prisma} = 57 \Leftrightarrow \frac{\pi \times \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 \times 3}{3} + 4^2 \times h = 57 \Leftrightarrow 8\pi + 16h = 57 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{57 - 8\pi}{16} \Leftrightarrow h \approx 2$$

A altura do prisma é de, aproximadamente, 2 metros.

11.

11.1. O ângulo BDC tem de amplitude 40º, visto que é um ângulo inscrito no arco BC. O ângulo DCA tem de amplitude 55º (considerando o triângulo DCP, 180 − 85 − 40 = 55). Os ângulos DCA e DBA são ambos ângulos inscritos no arco DA, pelo que têm a mesma amplitude.

O ângulo DBA tem 55º de amplitude.

11.2. Pelo enunciado, sabemos que o triângulo DCP é uma ampliação do triângulo ABP (cuja área é 6) de razão 2. Então a sua área é 24 ($6 \times 2^2 = 24$)

Opção correcta: 24

12.

12.1. Por exemplo, as rectas AB e BC não são perpendiculares.

12.2. **Opção correcta:** Planificação D

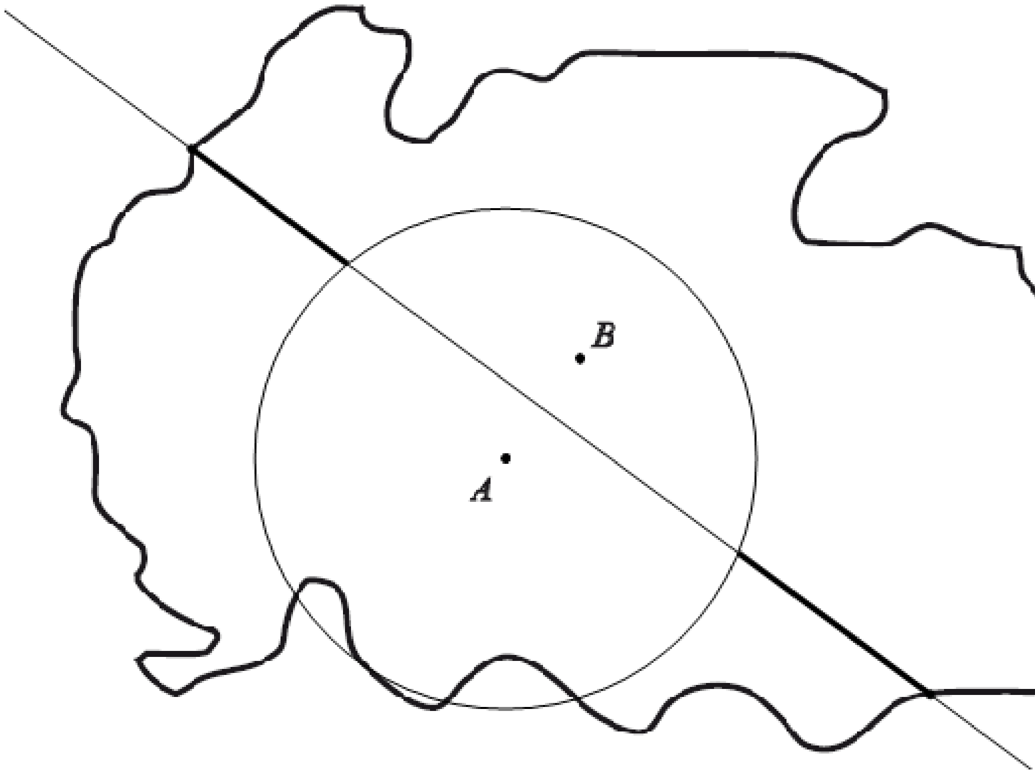
12.3. Consideremos o triângulo ABC. Então,

$$\text{tg } 30 = \frac{8}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{8}{\text{tg } 30}$$

$$A_{[ABC]} = \frac{\frac{8}{\text{tg } 30} \times 8}{2} \Leftrightarrow A_{[ABC]} \approx 55$$

A área do triângulo ABC é aproximadamente 55 cm^2.

13. A distância entre A e B corresponde a 5 km, pelo que o raio da circunferência será o dobro desta distância. A circunferência apresentada tem centro em A, mas também poderia ser com centro em B.



A região pretendida encontra-se na figura a grosso.