

ANÁLISE INFINITESIMAL I

(Licenciatura em Matemática)

1ª Frequência - 2h30m

06 – 11 – 2007

1. (a) Considere a seguinte proposição:  
*Vou-me embora se não parares de falar.*
- i. Traduza-a em linguagem simbólica .
  - ii. Escreva, em linguagem simbólica, a recíproca a contra-recíproca e a contrária.
  - iii. Discuta o valor lógico da proposição:

*Ficar é condicção necessária para te calares*

2. Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmacções:

- (a)  $\emptyset \times \mathbb{N}$  é um conjunto finito.
- (b) Se  $f:A \rightarrow B$  é injectiva e A é um conjunto infinito numerável , então B é numerável.
- (c) O conjunto de todas as circunferências, centradas na origem, de raio racional é um conjunto numerável.

3. Considere a applicacção  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por.

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{se } x \leq 0 \\ x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (a) Verifique se  $f$  é uma applicacção invertível.
  - (b) Com base nas definicções de "imagem directa "e "imagem recíproca", determine  $f([-3, 3])$  e  $f^{-1}([0, 2])$ .
  - (c) Considere  $\mathbb{R}$ ordenado pela relacção  $\leq$  usual. Indique, caso existam, o supremo , o ínfimo, o máximo e o mínimo dos conjuntos obtidos na alínea anterior.
4. Em  $\mathbb{R}^2$  considere a seguinte relacção  $\rho:(x, y)\rho(w, z) \iff x = w$ .

(a) Verifique que  $\rho$  é uma relação de equivalência.

(b) Determine a classe de equivalência  $[(2, 5)]$  e represente-a graficamente.

5. Utilizando a definição, mostre que  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2}{x-2} = -4$