

ANÁLISE INFINITESIMAL I

(Licenciatura em Matemática)

1ª Frequência - 2h30m

06 – 11 – 2007

1. (a) Considere a seguinte proposição:
Vou-me embora se não parares de falar.
 - i. Traduza-a em linguagem simbólica .
 - ii. Escreva, em linguagem simbólica, a recíproca a contra-recíproca e a contrária.
 - iii. Discuta o valor lógico da proposição:
Ficar é condicção necessária para te calares
2. Indique, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmacções:
 - (a) $\emptyset \times \mathbb{N}$ é um conjunto finito.
 - (b) Se $f:A \rightarrow B$ é injectiva e A é um conjunto infinito numerável , então B é numerável.
 - (c) O conjunto de todas as circunferências, centradas na origem, de raio racional é um conjunto numerável.
3. Considere a applicacção $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por.
$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{se } x \leq 0 \\ x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$
 - (a) Verifique se f é uma applicacção invertível.
 - (b) Com base nas definicções de "imagem directa "e "imagem recíproca", determine $f([- 3, 3])$ e $f^{-1}([0, 2])$.
 - (c) Considere \mathbb{R} ordenado pela relacção \leq usual. Indique, caso existam, o supremo , o ínfimo, o máximo e o mínimo dos conjuntos obtidos na alínea anterior.
4. Em \mathbb{R}^2 considere a seguinte relacção $\rho:(x, y)\rho(w, z) \iff x = w$.

(a) Verifique que ρ é uma relação de equivalência.

(b) Determine a classe de equivalência $[(2, 5)]$ e represente-a graficamente.

5. Utilizando a definição, mostre que $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2}{x-2} = -4$