Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

ANÁLISE INFINITESIMAL I

(Licenciatura em Matemática)

2 Mini-teste 19 – 12 – 2008

---

1. Determine o raio e o intervalo de convergência da série:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{5x^n}{n3^n}$$

2. Considere as seguintes afirmações e assinale as que são verdadeiras (V) e as que são falsas (F):

   (a) Seja $A \subset \mathbb{R}$. Se $a \in A$ é um ponto interior de A, então é também um ponto aderente de A.

   (b) Seja $A \subset \mathbb{R}$. Se $a \in A$ é um ponto aderente de A, então é também um ponto de acumulação de A.

   (c) Toda a sucessão de números reais limitada é convergente.

   (d) Toda a sucessão de números reais convergente é limitada.

   (e) Sejam $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ quaisquer sucessões de números reais. Então $\lim\limits_n(x_n + y_n) = \lim\limits_n(x_n) + \lim\limits_n(y_n)$.

   (f) Se $\lim\limits_n(x_n + y_n) = L$, então $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ são sucessões convergentes.

   (g) Se uma subsucessão de uma sucessão $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de Cauchy é convergente então a sucessão também é convergente.

   (h) Sejam $f : X \to \mathbb{R}$, $a \in Y'$ e $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$. Então a restrição de f a $Y, g : Y \to \mathbb{R}$, tem limite quando x tende para a.

   (i) Se a série de potências $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ for convergente para $-1 < x \leq 1$, então $\lim_{x\to 1^-}\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n$.

3. Resolva **apenas uma** das seguintes alíneas:

   (a) Use a definição de limite para provar que
   $\lim\limits_{x\to a} x^2 = a^2$.

   (b) Demonstre que a composição de funções contínuas é contínua.