

ANÁLISE INFINITESIMAL II

(Licenciatura em Matemática)

2ª Frequência (2h00m)

8/JUN/2005

1. Considere a sucessão de funções

$$f_n(x) = nx e^{-nx^2} ; \quad x \in [0, 1] , \quad n \in \mathbb{N} .$$

- (a) Determine o limite simples da sucessão.
(b) Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx \quad \text{e} \quad \int_0^1 \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right\} dx .$$

- (c) A convergência da sucessão é uniforme no intervalo considerado?
Justifique.

2. Desenvolva em série de potências de x a função $\ln(1 + 2x)$ e determine o respectivo raio de convergência.

Indique **todos** os valores de x para os quais a série converge e um conjunto onde a convergência seja uniforme.

3. Considere a função definida em \mathbb{R} por $g(x) = \sin(x^4)$.

- (a) Desenvolva g em série de potências.
(b) Calcule, **justificando**, $g^{(2005)}(0)$.

(V.S.F.F.)

