

ANÁLISE INFINITESIMAL II

(Licenciatura em Matemática)

1ª Frequência (1h30m)

29/MAR/2006

1. Calcule:

(a) $\int \frac{1}{x(\log x + 2)} dx;$

(b) $\int \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^3} dx;$

(c) $F'(x)$, sendo $F(x) = \int_a^{x^3} \sin^3 t dt.$

2. Seja $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função limitada.

(a) Defina soma inferior e soma superior de f relativamente a uma partição do intervalo $[a, b]$.

(b) Mostre que se P e Q são duas quaisquer partições de $[a, b]$, então

$$s(f; Q) \leq S(f; P).$$

3. Sejam f uma função integrável em $[a, b]$, $c \in]a, b[$ e

$$F(x) = \int_a^x f, \quad a \leq x \leq b.$$

Indique, justificando, o valor lógico das seguintes afirmações.

(a) Se f é diferenciável em c , então F é diferenciável em c .

(b) Se f é diferenciável em c , então F' é contínua em c .

4. Determine a área da região plana delimitada pelas curvas

$$x = 0, \quad x = \pi, \quad y = \sin x \quad \text{e} \quad y = \cos x.$$

5. Seja f uma função de classe C^2 tal que

$$\int_0^\pi [f(x) + f''(x)] \sin x \, dx = 2.$$

Sabendo que $f(\pi) = 1$, determine $f(0)$.