

## ANÁLISE INFINITESIMAL II

1<sup>o</sup> Mini-teste

19 – 03 – 2009

Nome:

---

*No que se segue os conjuntos são subconjuntos do conjunto dos números reais e as funções são reais de variável real.*

---

1. (a) O grafo da função  $f$ , definida por  $f(x) = xe^{-x}$ , tem assíntotas de equação : \_\_\_\_\_

---

(b) A função  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 & \text{se } x \leq 1 \\ (x-1)^2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

tem :

- pontos críticos \_\_\_\_\_
- pontos de inflexão \_\_\_\_\_

(c) A derivada da função  $f$ , definida implicitamente pela equação  $x^3 - xy + 4y = 1$ , é dada por

$$\frac{dy}{dx} =$$

(d) Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$ . O seu desenvolvimento em fórmula de Taylor de ordem  $n$  com resto de Lagrange, no ponto zero, é dado por:

---

2. Indique, **justificando**, se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas :

(a) Sejam  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  e  $a \in X$ . Então a derivada de  $f$  no ponto  $a$  é igual a  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ .

(b) Se  $f$  é uma função diferenciável num intervalo  $I$  tal que  $f'(x) = (1 + x^2)^{-\frac{1}{3}}$ , então  $f$  é invertível em  $I$ .

(c) Seja  $f$  uma função diferenciável num intervalo aberto  $I$ . Se existir  $k \in \mathbb{R}$  tal que  $|f'(x)| \leq k$  para todo o  $x \in I$ , então,  $\forall x, y \in I, |f(x) - f(y)| \leq k|x - y|$ .

(d) Se  $f$  e  $g$  são funções convexas diferenciáveis em  $I$  e  $f$  é crescente, então  $f \circ g$  é uma função convexa em  $I$ .