

ANÁLISE INFINITESIMAL II

(Licenciatura em Matemática)

2º Mini-Teste

02 – 06 – 2011

Nome: _____

Justifique convenientemente as suas respostas (enuncie correctamente as definições e as propriedades em que se baseou, e indique os cálculos que teve de efectuar).

1. Seja $f_n(x) = nxe^{-nx^2}$, $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq x \leq 1$.

(a) Prove que a sucessão $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$ converge para a função nula.

(b) Verifique se $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$.

(c) Explique o resultado obtido em (b).

2. Determine o domínio de convergência da série de potências $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 3^n}$.

3. • Verifique que : $\int \frac{1}{1+x^7} dx = k + x - \frac{x^8}{8} + \frac{x^{15}}{15} - \frac{x^{22}}{22} + \dots$, $k \in \mathbb{R}$, $x \in X \subset \mathbb{R}$.

• Determine X .