

Trabalho nº3  
Análise Infinitesimal IV  
(a entregar a 19 de Maio)

Sejam  $u$  e  $v$  duas funções escalares de classe  $C^2$ .

a) Prove que existe um campo vectorial  $F$  tal que

$$\text{rot}F = \nabla u \wedge \nabla v,$$

em que  $\wedge$  representa o produto vectorial.

b) Prove se algum dos campos vectoriais  $\nabla(uv)$ ,  $u\nabla v$ ,  $v\nabla u$  pode ser usado como  $F$ .

c) Seja

$$u(x, y, z) = x^3 - y^3 + z^3$$

e

$$v(x, y, z) = x + y + z.$$

Calcule

$$\iint_S (\nabla u \wedge \nabla v | n) dS$$

em que  $S$  é a semi-esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ , e  $n$  representa a normal exterior unitária que aponta no sentido positivo do eixo dos  $ZZ$ .