

i.e

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} & \frac{\partial g}{\partial z} \end{bmatrix}_{(1,0,1)} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

A eq. do plano tangente é portanto $x-z=0$

3) (i) Puntos críticos em $\text{int}(D)$

$$\text{De } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

obtem-se o e^b de pontos críticos $(x, \pm x)$. Como $f(x, \pm x) = 1$ e $f(x, y) \geq 1$, f atinge mínimo absoluto nos \pm de f em $(x, \pm x)$.

(ii) Estudo na fronteira de D :

$$\exists \lambda: \nabla f(x, y) = \lambda \nabla g(x, y)$$

Obtem-se os "candidatos" a extremos

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$(0, \pm 1), (\pm 1, 0)$$

O conjunto D é compacto ^é fechado e limitado.

$$\text{Como } f(0, \pm 1) = f(\pm 1, 0) = 2$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1,$$

utilizando o Teorema de Weierstrass concluímos que f atinge o máximo absoluto em

$$(0, \pm 1) \text{ e } (\pm 1, 0)$$