

Análise Infinitesimal III
 Trabalho nº1
 (a entregar na aula prática de 12 de Outubro)



1. Esboce as curvas de nível das seguintes funções, justificando as suas respostas;

a) $f(x, y) = x + 2y$

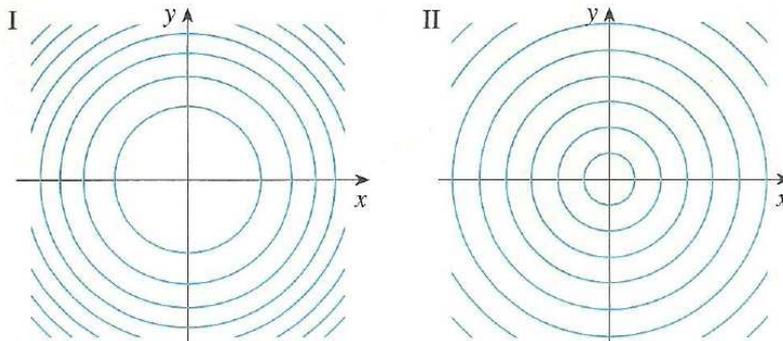
b) $f(x, y) = (x + 2y)^2$

c) $f(x, y) = x^2 + 2y^2$

d) $f(x, y) = xy^2$

e) $f(x, y) = \frac{x}{y^2}$

2. Indique duas famílias de funções cujas curvas de nível possam ser representadas por I e II. Apresente argumentos que lhe permitiram distinguir os dois casos.



3. Indique o valor lógico das afirmações seguintes, corrigindo as falsas e justificando as suas respostas:

3.1—Se S é um conjunto fechado em R^n então $S = \text{int}S \cup \text{Fr}S$

3.2—Seja (P_m) uma sucessão limitada em R^n . Então existe uma subsucessão convergente

3.3—Seja

$$N(x_1, x_2) = \sqrt{ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2}$$

. Se $a, b, c > 0$ então N é uma norma.

4. Seja $x = (x_1, x_2)$. Prove que

$$\|x\| = \frac{1}{3}(|x_1| + |x_2|) + \frac{2}{3} \max(|x_1|, |x_2|)$$

é uma norma em \mathbb{R}^2 e represente $B((0, 0), \varepsilon)$. Apresente os cálculos que efectuou.