

Teste 1

11 de Outubro de 2010

Nome:

1. Seja  $X$  um conjunto com pelo menos dois elementos. Verifique se o anel  $\mathcal{P}(X)$  é um domínio de integridade (onde  $A + B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ ,  $A \times B := A \cap B$ , para  $A, B \subseteq X$ ).
2. Seja  $R$  um anel comutativo com identidade. Mostre que, para cada homomorfismo de anéis  $\varphi : R \rightarrow S$ , onde  $S$  é um anel comutativo, e para cada  $a \in S$ , existe um único homomorfismo de anéis  $\psi : R[x] \rightarrow S$  que estende  $\varphi$  e tal que  $\psi(x) = a$ .
3. No domínio euclidiano  $R = \{a + b\sqrt{-2}; a, b \in \mathbb{Z}\}$ , escreva  $1 + \sqrt{-2}$  e  $5 - 2\sqrt{-2}$  como produto de primos.