

Na população $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ executa-se um plano de amostragem de acordo com as seguintes regras, onde $\alpha \in (0, 1)$ é um número fixo:

- com probabilidade α executa-se um SRS(3, 2) em $\{1, 2, 3\}$;
- com probabilidade $1 - \alpha$ executa-se um SRS(3, 2) em $\{3, 4, 5\}$.

1. Descreva o suporte deste plano de amostragem.
2. Calcule as probabilidades de inclusão de primeira e segunda ordens.
3. Mostre que este plano de amostragem permite ter a garantia de obter estimativas para a variância do estimador de Horvitz-Thompson que são sempre não negativas.
4. O estimador para a variância é não enviesado?
5. Admita que $\alpha = 0.361$. Escolha uma amostra de acordo com este plano de amostragem. Admitindo que $\mathbf{Y} = (-1, -2, 10, 1, 3)$, indique uma estimativa para a variância do estimador de Horvitz-Thompson.

Nota: Para efectuar a simulação utilize a lista de números entre 0 e 1 obtida dividindo o seu número de aluno sucessivamente por: 8552931285, 6442291526, 3428554018, 7985709111, 8196156362, 4384114606, 6564691525, 7310039042, 7404021622. Por exemplo, se o seu número de aluno é 2009123123 a lista de números entre 0 e 1 a utilizar é:

$$\frac{2009123123}{8552931285} = 0.2349046, \quad \frac{2009123123}{6442291526} = 0.3118647, \quad \frac{2009123123}{3428554018} = 0.5859972,$$

$$\frac{2009123123}{7985709111} = 0.2515898, \quad \frac{2009123123}{8196156362} = 0.2451299, \quad \frac{2009123123}{4384114606} = 0.4582734,$$

$$\frac{2009123123}{6564691525} = 0.3060499, \quad \frac{2009123123}{7310039042} = 0.2748444, \quad \frac{2009123123}{7404021622} = 0.2713557$$

6. Utilizando a amostra da alínea anterior, indique uma estimativa para a variância da população.