Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra **Teste de Álgebra II**

Duração: 20m 20/10/04

---

1. Seja A o anel $(\mathbb{R}^{\mathbb{R}}, +, \cdot)$ das funções reais de variável real, onde $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ e $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$.

   (a) Determine os divisores de zero de A.

   (b) Mostre que $I = \{f \in A \mid f(5) = 0\}$ é um ideal de A. É primo?

---

2. Para as afirmações seguintes, escreva uma prova se a afirmação é verdadeira, senão apresente um contra-exemplo:

   (a) Se $A[x]$ tem divisores de zero, então A tem divisores de zero.

   (b) Se A é um corpo, então $A[x]$ é um corpo.

   (c) Em $\mathbb{Z}_8[x]$, $4\boldsymbol{x}^2 + 2\boldsymbol{x} + 4$ é um divisor de zero.

   (d) Em $\mathbb{Z}_3[x]$, $\boldsymbol{x}^2 + 1$ é irredutível.

   (e) Em $\mathbb{Z}_3[x]$, $2\boldsymbol{x}^2 + 1$ é irredutível.