

NOME DO ALUNO: \_\_\_\_\_

(Justifique convenientemente as suas respostas.)

(1) Determine  $\text{mdc}(x^7 - 4x^6 + x^3 - 3x + 5, 2x^3 - 2)$  em  $\mathbb{Z}_7[x]$ .

(2) Indique, justificando, quais dos seguintes polinómios são irredutíveis sobre  $\mathbb{Q}$ :

$$p(x) = 5x^5 - 10x^3 + 6x^2 - 2x + 6, \quad q(x) = x^4 - x^2 - 2, \quad r(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}.$$

(3) Seja  $D$  um domínio de integridade. Mostre que:

(a) Se  $\text{gr}(p(x)) \geq 2$  e  $p(x)$  tem uma raiz em  $D$ , então é redutível em  $D[x]$ .

(b) Um polinómio redutível em  $D[x]$  não tem necessariamente raízes em  $D$ .

(4) Determine:

(a) A factorização do polinómio  $q(x) = x^4 - x^2 - 2 \in \mathbb{Q}[x]$  em factores irredutíveis.

(b)  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \theta)$  para cada uma das raízes  $\theta$  de  $q(x)$ .

(c) O inverso de  $\theta + 1$  em cada uma das extensões da alínea anterior.

---