MINI-TESTE 2

Resolução

1. A curva f é regular e plana, com imagem contida no plano dado por $x = -z$. Logo é uma hélice cilíndrica.

   Querendo usar definição, obter a expressão para $T_f(t)$, $\frac{1}{\|f'(t)\|} f'(t)$, e usar o vector unitário $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)$.

1. $\phi : R^2 \to R^3$, com $\phi(x, y) = (x, y, x^2 - y^2)$.

2. $\frac{\partial\phi}{\partial x}(x, y) = (1, 0, 2\ x)$, $\frac{\partial\phi}{\partial y}(x, y) = (0, 1, -2\ y)$ e $\frac{\partial\phi}{\partial x}(x, y) \wedge \frac{\partial\phi}{\partial y}(x, y) = (-2\ x, 2\ y, 1)$.

   Então $T_{(0,0)} =< (1, 0, 0),\ (0, 1, 0) >$ e $T_{(0,0)}{}^{\perp} =< (0, 0, 1) >$.

   As bases ortonormadas possíveis são $\{(0, 0, 1)\}$ e $\{(0, 0, 1)\}$.

3. Seja $(X, Y, Z) \in R^3$. (X, Y, Z) pertence à recta normal a ϕ em (x, y) sse existir $\lambda \in R$ tal que $(X, Y, Z) - (x, y, x^2 - y^2) = \lambda\ (-2\ x, 2\ y, 1)$.

   A recta normal está contida no plano dado por $y = 0$ sse, qualquer que seja $\lambda \in R$, $Y = (1\ + 2\ \lambda)\ y = 0$. Isto é, sse $y = 0$.

   Portanto o conjunto pretendido é $R \times \{0\}$.

4. Seja $(X, Y, Z) \in R^3$. (X, Y, Z) pertence a $\Pi_{(-1,0)}$ sse

   $((X, Y, Z) - (-1, 0, 1) \mid \frac{\partial\phi}{\partial x}(-1, 0) \wedge \frac{\partial\phi}{\partial y}(-1, 0)) = 0$. Isto é, sse $((X, Y, Z) - (-1, 0, 1) \mid (2, 0, 1) = 0$. Donde a equação $2\ X + Z + 1 = 0$.