Curvas & Superfícies

15 de Junho de 2011

Nome: ____

____

Observação: A não ser que haja outra indicação, suponha que as curvas são regulares e que as curvas, aplicações e superfícies são C^∞.

Repare que as respostas às questões **I - 1), II - 1)** devem ser apresentadas sem qualquer justificação.

I

1 - Considere a superfície $\phi : R^2 \to R^3$ dada por $\phi(x, y) = (a\ y\ cos\ x, a\ y\ sen\ x, x)$, sendo a uma constante não nula.Indique, **sem justificação**,

a) uma base para $T_{(0,1)}$.

____

____

b) uma equação em x, y, z para $\Pi_{(0,1)}$.

____

____

c) $E(x, y), F(x, y), G(x, y)$, para $(x, y) \in R^2$.

____

____

d) as curvaturas principais em $(0, 1)$, **considerando** $a = 1$.

____

____

e) o tipo da superfície ϕ.

____

____

2 - Considere uma superfície $\phi : U \to R^3$ tal que a sua imagem está contida em $f^{-1}(a)$, em que a é um valor regular de $f : V \to R$.

Determine Π_q, com $q \in U$, usando f.

II

1 - Considere a curva $f : R \to R^3$ tal que $f(t) = (t, t^2, t^3)$. Indique, **sem justificação**,

a) a expressão que permite calcular o comprimento de $f|[0, 1]$.

b) $T_f(1)$.

c) o conjunto dos pontos onde a torsão se anula.

d) uma equação em x, y, z para o plano rectificante em $t = 0$.

e) o conjunto dos pontos $t \in R$ tais que a recta binormal em t é paralela ao eixo dos xs.

2 - Seja $f : I \to R^3$ uma curva regular para a qual existem constantes, não nulas, c_1, c_2 tais que $\| f'(t) \| = c_1$, $\| f''(t) \| = c_2$, $t \in R$.

a) Determine $k_f(t)$.

b) Supondo que também existe c_3 tal que $\| f'''(t) \| = c_3$, $t \in R$, determine um limite superior para os valores de $\tau_f(t), t \in R$.

3 - Seja $f : I \to R^3$ uma curva, parametrizada por comprimento de arco cuja curvatura se não anula. Sabe-se que existe $W : I \to R^3$ tal que

$$T' = W \wedge T, N' = W \wedge N, B' = W \wedge B.$$

Determine W.