

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Elementos de Astronomia e Astrofísica

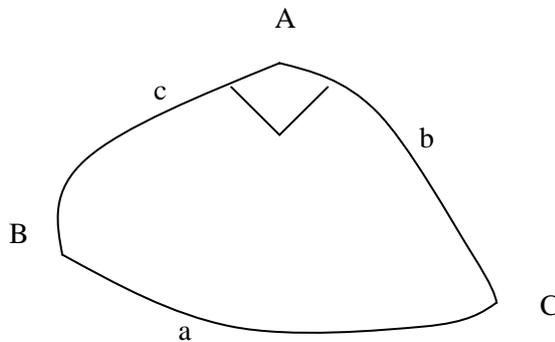
Mini teste I – 11 de Outubro de 2005

Proposta de resolução

1. Considere o triângulo esférico $[A B C]$, em que $A = 90^\circ$. Demonstre que:

$$\cos a \tan c = \frac{\sin b}{\tan B}$$

R: Seja o triângulo



Aplicando a fórmula da analogia dos senos temos:

$$\sin a = \frac{\sin b}{\sin B} \text{ (com } A = 90^\circ \text{)}$$

Pela fórmula dos 5 elementos aplicada ao lado b e ângulo A vem

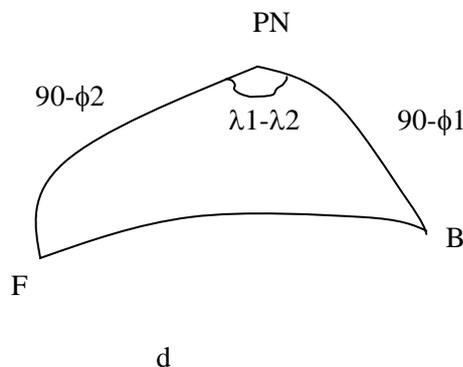
$$\begin{aligned} \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \cos a \sin c &= \sin a \cos c \cos B \text{ (com } A = 90^\circ \text{)} \end{aligned}$$

Substituindo $\sin a$ (no membro direito) pela primeira equação, vem

$$\cos a \sin c = \frac{\sin b}{\sin B} \cos c \cos B \Leftrightarrow \cos a \tan c = \frac{\sin b}{\tan B} \text{ (c.q.d)}$$

2. Suponha que se efectua uma viagem aérea entre *Bragança* e o *Funchal* ao longo do caminho mais curto. Para a longitude de *Bragança* use o valor $\lambda_1 = 6^\circ 50' \text{ W}$ e para a latitude use $\phi_1 = 41^\circ 48' \text{ N}$. Para o *Funchal* considere para a latitude e para a longitude os valores $\phi_2 = 32^\circ 45' \text{ N}$ e $\lambda_2 = 16^\circ 55' \text{ W}$, respectivamente. Considere a Terra esférica com raio igual a 6378 km. Determine,
- A distância entre os dois locais
 - O rumo de chegada

R: Seja o triângulo:



Onde $\lambda_1 - \lambda_2 = -6^\circ 50' - (-16^\circ 55') = 10^\circ 5'$

- a) Pela fórmula fundamental da trigonometria esférica vem:
- $$\cos d = \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos(\lambda_1 - \lambda_2)$$

Então vem:

$$d = 12^\circ 5' \cong 1344 \text{ km} \cong 725 \text{ milhas náuticas}$$

- b) Sendo que a viagem se faz de Bragança para o Funchal, o Rumo de chegada ou Rumo Final é igual a $180^\circ + F$.

O ângulo F determina-se (por exemplo) pela a fórmula da analogia dos senos usando o valor de d calculado em a). Assim,

$$\frac{\sin F}{\sin(90 - \phi_1)} = \frac{\sin(\lambda_1 - \lambda_2)}{\sin d}$$

Então vem:

$$F = 38^\circ 34', \text{ e portanto } R_f = 218^\circ 34'$$