Departamento de Matemática da F.C.T.U.C.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E MODELAÇÃO

Teste 2 — versão B (Licenciatura em Matemática) 9/12/2004

Duração: 30^{min} (Sem consulta)

Nome (completo): ____

Número de estudante: ____________________

Assinatura do Professor: ____________________ *Classificação:* _____ *valores*

Nota: cada resposta correcta vale 0.25 *valores*; cada resposta errada desconta 0.1.

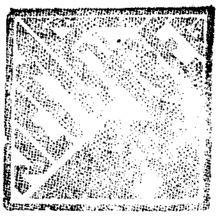
---

(1) Se $Y(s) = \mathcal{L}\{\varphi(t)\}$ designa a transformada de Laplace da solução $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ do problema de valor inicial

$$y'' + 2y' + y = t^3\,, \quad y(0) = 1\,, \quad y'(0) = 0\,,$$

então (num domínio de frequência adequado) $Y(s)$ é igual a

- ☐ $\dfrac{3s^4}{(2+s^4)(s+1)^2}$;
- ☐ $\dfrac{6+s^4(2+s)}{s^4(s+1)^2}$;
- ☐ $\dfrac{6+s^4}{s^4(s+1)^2}$;
- ☐ $\dfrac{s^4}{(6+s^4)(s+1)^2}$.



(2) No conjunto das funções contínuas em $[0,+\infty[$, $\mathcal{L}^{-1}\left(\dfrac{s+3}{3s^2+18s+39}\right)$ é igual a

- ☐ $\frac{1}{3}e^{-3t}\sin(2t)$;
- ☐ $\frac{1}{3}e^{-3t}\cos(2t)$;
- ☐ $\frac{1}{3}e^{-2t}\sin(3t)$;
- ☐ $\frac{1}{3}e^{-2t}\cos(3t)$.

(3) Sendo $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma solução da equação diferencial linear (escalar)

$$2y''' - ty' + \cos t = 0\,,$$

então a função vectorial $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definida por $\psi(t) := (\varphi(t), \varphi'(t), \varphi''(t))$ é solução do sistema diferencial linear $\mathbf{y}' = A(t)\mathbf{y} + \mathbf{b}(t)$, onde $A(t)$ e $\mathbf{b}(t)$ satisfazem

- ☐ $A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2}t & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}(t) = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos t \end{bmatrix}$;
- ☐ $A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}t \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}'(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin t \end{bmatrix}$;
- ☐ $A'(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}'(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin t \end{bmatrix}$;
- ☐ $A''(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{b}''(t) = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos t \end{bmatrix}$.

(continua no verso)

(4) Considere-se o sistema bidimensional

$$(*) \qquad \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = y_2 + \sin t^3 \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R}) .$$

Pode afirmar-se que:

- ☐ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ é solução do sistema (*) ;
- ☐ $\begin{bmatrix} e^t - 1 \\ e^t \end{bmatrix}$ é solução do sistema (*) ;
- ☐ $e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & e^t - 1 \\ 0 & e^t \end{bmatrix}$, onde A é a matriz do sistema linear homogéneo associado a (*) ;
- ☐ existe uma infinidade de soluções de (*) que satisfazem a condição inicial $y_1(0) = y_2(0) = 0$;
- ☐ nenhuma das afirmações anteriores está correcta.

FIM