DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA F.C.T.U.C.

EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E MODELAÇÃO

Mini-teste 3 (Licenciatura em Matemática) 14/05/2008

Duração: 15^{mn} (Sem consulta)

Nome (completo): ______________________________

Número de estudante: ______________

Classificação: ______ *valores*

As questões seguintes são de escolha múltipla. Para cada uma delas assinale a <u>única</u> resposta certa e justifique a razão da sua escolha.

1. Sejam A e B matrizes reais $n \times n$ e A^T a matriz transposta de A.

   ☐ Se A e B são nilpotentes (i.e., existem k e j em $\mathbb{N}$, tais que $A^k = 0$ e $B^j = 0$), então $AB = BA$ e, consequentemente, $e^{tB}e^{tA} = e^{tA}e^{tB}$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

   ☐ Se $A^T = -A$, então traço $A = 0$ e, consequentemente, $det(e^A) = 1$.

   ☐ e^A é invertível apenas quando A for invertível e, neste caso, $(e^A)^{-1} = e^{A^{-1}}$.

   Justificação:

(continua no verso)

2. Se $\Phi(t)$ é uma matriz fundamental de soluções para o sistema $y' = Ay$, onde $y(t) \in \mathbb{R}^{n\times 1}$, $\forall t \in \mathbb{R}$, então

   - ☐ $\Phi(t)$ é uma solução do sistema.
   - ☐ $\Psi(t) = \Phi(t)C$, com $C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertível, é também uma matriz fundamental do sistema.
   - ☐ $\Phi(t) = e^{At}$.

   *J*ustificação:

3. Considere o sistema $y' = Ay$, onde $y(t) \in \mathbb{R}^{n\times 1}$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Então,

   - ☐ $e^{\lambda t}v$ é uma solução (real) do sistema se e só se λ é valor próprio real de A e v vector próprio associado a λ.
   - ☐ Se A tiver um valor próprio real λ e v for um vector que satisfaça $(A - \lambda I)^2 v = 0$ e $(A - \lambda I)v \neq 0$, então $e^{\lambda t}v$ é uma solução do sistema.
   - ☐ $e^{At}y_0 + \int_0^t e^{-As} b(s)\, ds$ é a solução do sistema $y' = Ay + b(t)$ que satisfaz a condição inicial $y(0) = y_0$.

   *J*ustificação:

(Fim)