

Teste de Estatística**Duração:** 45m

30-04-07

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

O tempo (em minutos) compreendido entre duas chegadas consecutivas, de doentes com problemas cardiovasculares graves, ao Serviço de Urgência de certo Hospital é bem descrito por uma v.a.r. X seguindo uma lei exponencial de valor médio θ ($\theta \in]0, +\infty[$ desconhecido). Com o objectivo de estimar θ , considere uma amostra aleatória de dimensão n de X , (X_1, \dots, X_n) .

1. Determine um estimador da máxima verosimilhança, T_n , de θ e calcule a sua variância.
2. Que pode afirmar quanto à centricidade e convergência do estimador, T_n , de θ ?
3. Mostre que a v.a.r. $Y_n = \frac{2}{\theta} \sum_{i=1}^n X_i$ segue a lei χ_{2n}^2 .
4. Será Y_n uma variável fulcral que lhe permita construir um intervalo de confiança para θ ? Justifique convenientemente a sua resposta.
5. Suponha que foram efectuadas 20 observações aleatórias daqueles tempos, x_1, \dots, x_{20} , cuja média, \bar{x}_{20} , é de 45,3 minutos. Determine, com uma confiança de 98%, uma estimativa intervalar para θ .