

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA  
Teste de Estatística

Duração: 25m

30-05-2008

**Observação:** A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra de dimensão  $n$  de uma variável aleatória real (v.a.r.)  $X$  de valor médio  $m$  e variância  $\sigma^2$ , com  $m \in \mathbb{R}$  e  $\sigma > 0$ . Sejam  $\bar{X}_n$  e  $S_n^2$ , respectivamente, a média e a variância da amostra. Estabeleça a lei limite da v.a.r.  $Z_n = \sqrt{n} \frac{\bar{X}_n - m}{S_n}$ .
2. Com vista à realização de um estudo sobre determinadas características físicas dos recém-nascidos de uma região, foram observados 200 recém-nascidos, casualmente escolhidos, nos diferentes locais de nascimento dessa região e registados, entre outros, os valores dos pesos respectivos. Tais valores encontram-se resumidos no quadro seguinte.

Pesos (em kg)	]0.5, 1.5[	[1.5, 2.5[	[2.5, 3.5[	[3.5, 4.5[	[4.5, 5.5[
Frequências	12	26	82	64	16

- a) Determine um intervalo real que contenha, com uma confiança de 90%, o peso médio dos recém-nascidos daquela região.
- b) Para testar, com base numa amostra de dimensão 200, a hipótese “o peso médio dos recém-nascidos é igual a 3 kg” contra a alternativa “o peso médio dos recém-nascidos é superior a 3 kg”, considera-se o teste de região crítica

$$\mathcal{C} = \left\{ (x_1, \dots, x_{200}) \in \mathbb{R}^{200} : \frac{\bar{x}_{200} - 3}{s_{200}} > 0.116 \right\}.$$

Perante a amostra observada, que decisão devemos tomar relativamente às hipóteses consideradas? Qual a probabilidade do erro associado a tal decisão?