

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
Teste de Estatística

Duração: 25m

30-05-2008

Observação: A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

1. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra de dimensão n de uma variável aleatória real (v.a.r.) X de valor médio m e variância σ^2 , com $m \in \mathbb{R}$ e $\sigma > 0$. Sejam \bar{X}_n e S_n^2 , respectivamente, a média e a variância da amostra. Estabeleça a lei limite da v.a.r. $Z_n = \sqrt{n} \frac{\bar{X}_n - m}{S_n}$.
2. Com vista à realização de um estudo sobre determinadas características físicas dos recém-nascidos de uma região, foram observados 200 recém-nascidos, casualmente escolhidos, nos diferentes locais de nascimento dessa região e registados, entre outros, os valores dos pesos respectivos. Tais valores encontram-se resumidos no quadro seguinte.

Pesos (em kg)]0.5, 1.5[[1.5, 2.5[[2.5, 3.5[[3.5, 4.5[[4.5, 5.5[
Frequências	12	26	82	64	16

- a) Determine um intervalo real que contenha, com uma confiança de 90%, o peso médio dos recém-nascidos daquela região.
- b) Para testar, com base numa amostra de dimensão 200, a hipótese “o peso médio dos recém-nascidos é igual a 3 kg” contra a alternativa “o peso médio dos recém-nascidos é superior a 3 kg”, considera-se o teste de região crítica

$$\mathcal{C} = \left\{ (x_1, \dots, x_{200}) \in \mathbb{R}^{200} : \frac{\bar{x}_{200} - 3}{s_{200}} > 0.116 \right\}.$$

Perante a amostra observada, que decisão devemos tomar relativamente às hipóteses consideradas? Qual a probabilidade do erro associado a tal decisão?