

**Duração:** 45m

21-10-09

**Observação:** A resolução completa das questões apresentadas inclui a justificação do raciocínio utilizado e a apresentação dos cálculos efectuados.

I - A fim de ser feito um estudo sobre o desenvolvimento físico dos recém-nascidos numa certa região, foram registadas as medidas do peso em kg ( $X$ ) e do comprimento em cm ( $Y$ ) de 200 recém-nascidos casualmente escolhidos nos diferentes locais de nascimento dessa região.

1. Começou por se efectuar a análise descritiva da variável estatística marginal  $Y$  a partir de uma classificação da amostra, em 6 intervalos de igual amplitude, no intervalo de observação  $]44, 56]$ . Apresenta-se abaixo a tabela de frequências fornecida pelo *software* estatístico SPSS.

	Frequency	Percent	Cumulative Percent
45,00	10	5,0	5,0
47,00	41	20,5	25,5
49,00	79	39,5	65,0
51,00	59	29,5	94,5
53,00	9	4,5	99,0
55,00	2	1,0	100,0
Total	200	100,0	

- a) Obtenha a função das frequências acumuladas associada a esta distribuição estatística.
  - b) Com base na amostra observada, estime a ordem do percentil, relativamente ao comprimento, de um recém-nascido com 50 cm de comprimento.
2. Foi estudada, por meio do *software* estatístico SPSS, a existência de uma relação linear da forma  $y_n = ax_n + b$  ( $n = 1, 2, \dots, 200$ ) entre as variáveis estatísticas  $X$  e  $Y$ . Nas tabelas seguintes encontram-se alguns dos resultados obtidos.

	Std. Deviation	N
Comprimento do recém-nascido (em cm)	1,892	200
Peso do recém-nascido (em kg)	,97356	200

		B
Model		
1	(Constant)	44,126
	Peso do recém-nascido (em kg)	1,725

a. Dependent Variable: Comprimento do recém-nascido (em cm)

- a) Indique a relação linear de dependência que se estima existir entre as variáveis em estudo.
- b) Determine a média e o coeficiente de correlação da amostra observada. Que pode afirmar sobre a validade do tipo de dependência suposta existir entre as variáveis em estudo?
- c) Obtenha uma previsão do comprimento de um recém-nascido com peso de 4.15 kg.

II - O tempo de atendimento, em minutos, de clientes de um certo balcão de determinada Loja do Cidadão é descrito por uma variável aleatória real  $X$  distribuída de acordo com uma lei de valor médio e desvio padrão  $\theta$ . ( $\theta > 0$ )

1. Exprima, em função de  $\theta$ , o valor médio e a variância do tempo de atendimento de  $n$  clientes independentes do referido balcão.
2. Sendo  $(X_1, \dots, X_n)$  uma amostra de dimensão  $n$  da v.a.r.  $X$ , prove que a probabilidade do acontecimento  $\left\{ \bar{X}_n \in \left] \frac{\theta}{2}, \frac{3\theta}{2} \right] \right\}$  é superior a, ou igual a,  $\frac{n-4}{n}$ .
3. Supondo  $X$  exponencialmente distribuída, obtenha a distribuição da estatística  $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$ .