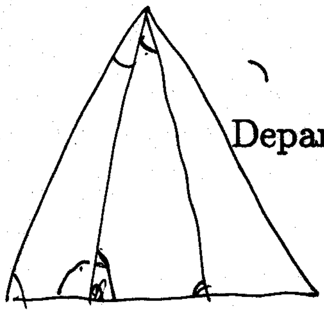
180



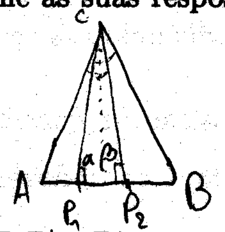
Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

GEOMETRIA

(Licenciatura em Matemática)

PROVA SUPLEMENTAR 8.03.2005

Importante: Justifique todas as suas afirmações e acompanhe as suas respostas de uma figura elucidativa dos raciocínios que efectuar.



1. Seja ΔABC um triângulo isósceles de base $\overline{AB}$.

   (a) Sejam $P_1, P_2 \in \overline{AB}$ tais que $|AP_1| = |P_1P_2| = |P_2B|$. Diga se os ângulos $\angle ACP_1$, $\angle P_1CP_2$ e $\angle P_2CB$ são ou não conguentes entre si e em caso negativo ordene-os por ordem de grandeza das respectivas medidas.

   (b) Generalize o resultado que obteve para o caso em que $\overline{AB}$ é dividido em n segmentos iguais.

2. Sejam ΔABC e ΔDEF triângulos do plano euclidiano, P o ponto médio de $\overline{BC}$ e Q o ponto médio de $\overline{EF}$. Mostre que se $|AB| = |DE|$, $|AC| = |DF|$ e $|AP| = |DQ|$ então $\Delta ABC \simeq \Delta DEF$.

3. Sejam A e B pontos distintos do plano euclidiano e α um real positivo.

   (a) Mostre que existe em l_{AB} um ponto M, tais que $\dfrac{|AM|}{|BM|} = \alpha$.

   (b) Quantos pontos existem nas condições da alinea anterior?

   (c) Descreva o lugar geométrico dos pontos X do plano tais que $\dfrac{|AX|}{|BX|} = \alpha$.

4. Sejam ΔABC um triângulo do plano euclidiano e M o ponto médio de $\overline{BC}$. Mostre que o ângulo $\angle A$ é agudo, recto ou obtuso conforme $|BC|$ for respectivamente inferior igual ou superior a $2|AM|$.

5. Sejam l uma recta do plano euclidiano P um ponto que nao pertence a l e r um real positivo tal que $\mathrm{dist}(P, l) < 2r$. Mostre que existe uma circunferência de raio r que passa por P e que tem l como tangente. Quantas circunferências existem nestas condições?.

(v. s. f. f.)

6. Sejam l_1, l_2 e l_3 três rectas do plano euclidiano que se intersectam num mesmo ponto e A um ponto numa das rectas (que não coincida com o ponto de intersecção das rectas).

   (a) Mostre que existe no máximo um triângulo tendo A como um dos vértices e cujas bissectrizes estão contidas nas rectas dadas.

   (b) Indique uma condição necessária e suficiente (sobre as rectas l_1,l_2 e l_3 e o ponto A) para que exista um triângulo nas condições indicadas).

7. Mostre que a composição de quatro reflexões do plano euclidiano pode ser escrita como a composição de (outras) duas reflexões.