

GEOMETRIA

(Licenciatura em Matemática)

1.ª Frequência

30.10.2006

Duração: 2h.

Importante: Justifique todas as suas afirmações e acompanhe as suas respostas de uma figura elucidativa dos raciocínios que efectuar.

1. Defina sistema de coordenadas e enuncie o axioma da distância (A4) eo axioma da régua graduada (A5).
2. (a) Defina conjunto convexo.  
(b) Num plano verificando os axiomas A1 a A6 mostre que uma recta que não passe por nenhum vértice de um triângulo não pode intersectar os três lados do triângulo.
3. (a) Enuncie os axiomas A7 a A10 sobre medição de ângulos.  
(b) Num plano verificando os axiomas A1–A10 mostre que ângulos verticalmente opostos são congruentes.
4. Num plano verificando os axiomas A1–A11 enuncie e demonstre o critério ângulo-lado-ângulo (ALA) de congruência de triângulos.
5. Sejam  $\triangle ABC$  e  $\triangle DEF$  triângulos de um plano verificando os axiomas A1–A11,  $\overline{AP}$  a bissetriz de  $\triangle ABC$  em  $A$  ( $P \in \overline{BC}$ ) e  $\overline{DQ}$  a ~~mediana~~<sup>bissetriz</sup> de  $\triangle DEF$  em  $D$  ( $Q \in \overline{EF}$ ).  
(a) Mostre que se  $\triangle ABC \simeq \triangle DEF$  então  $|AP| = |DQ|$ .  
(b) Mostre que se  $|AB| = |DE|$ ,  $\angle A \simeq \angle D$  e  $|AP| = |DQ|$  então  $\triangle ABC \simeq \triangle DEF$ .
6. Mostre que, num um plano verificando os axiomas A1–A11, por um ponto exterior a uma recta  $l$  passa uma e uma só recta perpendicular a  $l$ .
7. (a) Chama-se rectângulo ao quadrilátero convexo que tem os ângulos todos rectos. Mostre que, num plano verificando os axiomas A1 a A11, existe um rectângulo se e só se existir um triângulo rectângulo cuja soma das amplitudes dos ângulos internos é 180.  
(b) Mostre que, num plano verificando os axiomas A1 a A11, se a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo for sempre um mesmo valor para qualquer triângulo então esse valor é 180.