Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra

GEOMETRIA

Exame Final 02.02.2007

Duração: 2h 30m.

Importante: Justifique todas as suas afirmações e acompanhe as suas respostas de uma figura elucidativa dos raciocínios que efectuar.

1. (a) Enuncie os axiomas da medição de ângulos A7 a A10.

   (b) Num plano verificando os axiomas A1-A10, mostre que ângulos verticalmente opostos são congruentes.

2. (a) Enuncie o axioma A11 sobre a congruência de triângulos.

   (b) Num plano verificando os axiomas A1 a A11 enuncie e demonstre o critério lado-ângulo-ângulo, LAA, de congruência de triângulos

3. Sejam ΔABC e ΔDEF triângulos de um plano verificando os axiomas A1–A11, $\overline{AM}$ a mediana de ΔABC em A ($M \in \overline{BC}$) e $\overline{DN}$ a mediana de ΔDEF em D ($N \in \overline{EF}$).

   (a) Mostre que se $\Delta ABC \simeq \Delta DEF$ então $|AM| = |DN|$.

   (b) Mostre que se $|AB| = |DE|$, $|BC| = |EF|$ e $|AM| = |DN|$ então $\Delta ABC \simeq \Delta DEF$.

4. Sejam l uma recta do plano euclidiano $\mathcal{E}$ e P e Q dois pontos de $\mathcal{E}$ situados de lados opostos de l. Determine o ponto X de l para o qual $|PX| + |XQ|$ é mínimo.

5. (a) Defina reflexão no plano.

   (b) Sejam A, B, C, D pontos do plano euclidiano distintos dois a dois, estando C e D do mesmo lado de l_{AB} e f a reflexão relativamente a l_{AB}. Mostre que $\Delta ABC \simeq \Delta BAD$ se e só se o quadrilátero $\square ACBf(D)$ for um paralelogramo.

6. Sejam $r \in \mathbb{R}^+$, l uma recta do plano euclidiano e P um ponto do plano com dist $(P, l) > r$. Mostre que existem duas e apenas duas circunferência que são tangentes a l e que passam por P.

(v. s. f. f.)