

Grupos e Simetrias

Problema 1

2.10.2007

1. Prove que são grupos

(i) o conjunto das matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

para a multiplicação usual.

(ii) o conjunto $\{f, g, h, k\}$ das funções $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas, para $(x, x') \in \mathbb{R}^2$, por

$$f(x, x') = (x, x'), \quad g(x, x') = (-x, x'), \quad h(x, x') = (x, -x')$$

$$\text{e } k(x, x') = (-x, -x'),$$

para a composição de funções.

2. Descreva um grupo de ordem quatro não isomorfo aos anteriores.