

**Grupos e Simetrias**

---

**Problema 3**

13.11.2007

1. Seja  $G$  o conjunto constituído pelas matrizes da forma

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

com  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- (a) Mostre que  $G$  é subgrupo de  $GL_3$ .
- (b) Determine  $G \cap \mathcal{O}_3$ .
- (c) Escreva  $G$  como produto de dois subgrupos não triviais.

2. Averigúe se os seguintes grupos são produto directo de subgrupos próprios:

- (a)  $S_3$ .
- (b)  $\mathbb{Z}_6$ .
- (c)  $\mathbb{Z}$ .